

**Tomasz Trzepieciński**  
Katedra Przeróbki Plastycznej  
Politechnika Rzeszowska

## **ZASTOSOWANIE REGRESJI WIELOKROTNEJ I SIECI NEURONOWEJ DO MODELOWANIA ZJAWISKA TARCIA**

Streszczenie – W pracy przedstawiono modele regresyjne opisu zjawiska tarcia w procesach kształtowania blach. Zastosowana analiza regresji wielowymiarowej oraz sztuczne sieci neuronowe pozwalają na zminimalizowanie lub całkowite wyeliminowanie wykonywania czasochłonnych prób tarcia w celu określenia wartości współczynnika tarcia dla szerokiego zakresu zmienności warunków tarcia. Ponadto metody te nie wymagają znajomości wszystkich czynników wpływających na zjawiska tribologiczne oraz ich interakcji w strefie kontaktu. Do budowy modeli tarcia wykorzystano wyniki przeprowadzonych doświadczeń próby przeciągania paska blachy w warunkach tarcia suchego mających na celu wyznaczenie wpływu wartości chropowatości powierzchni blachy, chropowatości powierzchni przeciwpróbek oraz siły nacisku na wartość współczynnika tarcia. Analizę regresji wielokrotnej przeprowadzono za pomocą podprogramu użytkownika w środowisku *Matlab*, natomiast do zbudowania modelu neuronowego zastosowano program *Statistica Neural Networks*.

### **1 Wprowadzenie**

Regresja wielokrotna jest metoda statystyczną której, głównym celem jest ilościowe ujęcie związków pomiędzy wieloma zmiennymi niezależnymi a zmienną zależną [1]. Nawet jeśli nie istnieje sensowna zależność pomiędzy zmiennymi, można dążyć do powiązania ich za pomocą równania matematycznego. Równanie to może nie posiadać sensu fizycznego, ale przy pewnych założeniach pozwala na prognozowanie wielkości określonych na podstawie znajomości innych zmiennych. Regresja jest jedną z najczęściej stosowanych metod w zastosowaniu do rozwiązywania problemów w naukach technicznych, ekonomii i zarządzaniu [2]. Wśród szerokiego zastosowania analizy regresji w tribologii należy zwrócić szczególną uwagę na wyznaczanie wartości współczynnika tarcia [3, 4] oraz do określenia wpływu obciążenia i drogi tarcia na szybkość zużycia [5].

Sztuczne sieci neuronowe (SSN) stanowią składają się z połączonych ze sobą węzłów obliczeniowych zwanych neuronami. Istotną cechą SSN jest możliwość uczenia się - tj. modyfikowania parametrów charak-

teryzujących poszczególne neurony w taki sposób, by zwiększyć efektywność sieci przy rozwiązywaniu zadań określonego typu. Działanie sieci neuronowych jest oparte na działaniu ludzkiego mózgu, który posiada zdolność do gromadzenia, przetwarzania i odzyskiwania danych. Do podstawowych właściwości sieci neuronowych należy zaliczyć zdolność do uogólniania wiedzy, mała wrażliwość na błędy w zbiorze uczącym a także możliwość równoległego i rozproszonego przetwarzania danych. Sieci umożliwiają także kontrolę nad złożonym problemem wielowymiarowości, który przy stosowaniu innych metod znacznie utrudnia próby modelowania funkcji nieliniowych z dużą liczbą zmiennych niezależnych. Odpowiednio dobrana sieć neuronowa do określonego zadania na podstawie zestawu danych doświadczalnych może nabyć zdolności aproksymacyjne prawie dowolnej funkcji nieliniowej [6].

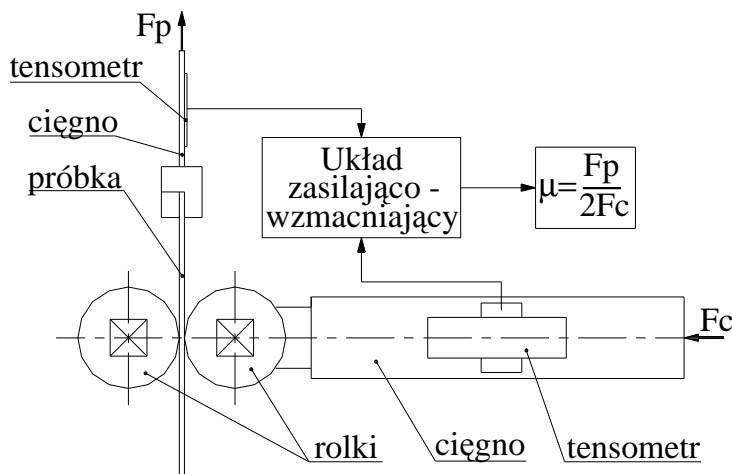
Wielu autorów z sukcesem zastosowało sieci neuronowe do nieliniowej analizy regresji [3,7]. Aplikacja SSN umożliwiła znalezienie zależności pomiędzy wartością chropowatości powierzchni a rzeczywistą powierzchnią kontaktu dla różnych warunków tarcia [8]. Badania zużycia tarcowego materiałów stosowanych na klocki hamulcowe pojazdów wykazały bardzo dobrą zdolność sieci do regresji z uwzględnieniem ponad 20 zmiennych wejściowych [9]. Analiza regresji wielokrotnej oraz sztuczne sieci neuronowe (SSN) są alternatywą dla analitycznych metod wyznaczania wartości współczynnika tarcia.

## 2 Model regresji wielokrotnej

Model regresji wielokrotnej zbudowano na podstawie wyników próby przeciągania paska blachy w warunkach tarcia suchego mających na celu wyznaczenie wpływu wartości chropowatości powierzchni blachy, chropowatości powierzchni rolek oraz siły nacisku na wartość współczynnika tarcia. Materiałem do badań były próbki z blachy mosiężnej w różnych stanach utwardzenia. Podczas przeciągania pasków blachy po zablokowanych przeciwpróbkach w postaci rolek mierzona była w sposób ciągły za pomocą aparatury pomiarowej siła ciągnięcia i siła docisku (rys. 1). Tak przygotowane dane posłużyły do obliczenia wartości współczynnika tarcia.

Typując czynniki wpływające na opory tarcia blachy należy uwzględnić wymagania związane z budową modelu regresji opisującego ich wpływ. Wymagania te sprowadzają się do wyboru takich czynników, które istotnie wpływają na tarcie, a jednocześnie są względem siebie niezależne. Warunek istotności wpływu poszczególnych czynników można w późniejszym etapie budowy modelu weryfikować za pomocą eliminacji a posteriori. Jako zmienne wejściowe wytypowano następujące parametry: siła docisku rolek oraz parametry chropowatości rolek mierzone wzdłuż  $Ra^0$  oraz w poprzek  $Ra^{90}$  do kierunku walcowania a

także parametr  $R_a$  chropowatości powierzchni rolki mierzony wzdłuż tworzącej (tabl. 1). Podane wartości sił są przybliżone – stosowanie różnych sił docisku pozwoliło na zbudowanie zbioru danych o szerokim zakresie sygnałów wejściowych. Wszystkie blachy testowano dla wszystkich poziomów zmienności parametru  $R_a$  przeciwpróbek oraz sił docisku. Otrzymano  $n=80$  obserwacji, na podstawie których zbudowano macierz zmiennych niezależnych.



Rys. 1. Schemat próby przeciągnięcia blachy

Tabela. 1. Parametry testowanych blach oraz wartości parametrów zmiennych podczas prób tarcia

Materiał	$R_a^0, \mu\text{m}$	$R_a^{90}, \mu\text{m}$	$R_a$ rolek, $\mu\text{m}$	Siła docisku $F_c$ , kN
M63 r	0,18	0,28	0,32 0,63 1,25 2,5	0,4
M70 z6	0,26	0,38		0,8
M63 z4	0,17	0,2		1,2
M63 z6	0,14	0,22		1,6
M80 r	0,13	0,16		2

Dobór równania regresji liniowej metodą eliminacji a posteriori przeprowadzono za pomocą podprogramu użytkownika w środowisku *MA-TLAB*, który jest jednym z najbardziej zaawansowanych programów do obliczeń macierzowych. Poniżej przedstawiono podstawowe założenia oraz metodykę tworzenia modelu regresji wielorakiej. Założono do opisu regresji model liniowy pierwszego stopnia z czterema zmiennymi niezależnymi  $X$  i jedna zmienna niezależną  $Y$ . W dalszych rozważaniach należy określić czy tak przyjęty model jest dobrym predyktorem. Model można więc przedstawić w postaci:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

gdzie:  $Y$  – wektor obserwacji,

$X$  – macierz zmiennych niezależnych,

$\beta$  – wektor parametrów estymowanych,

$\varepsilon$  – wektor błędów,

$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ,  $\hat{Y}$  – wartość oczekiwana zmiennej objaśnianej  $Y$ .

Wartość oczekiwana błędu  $E(\varepsilon)=0$  oraz wariancji  $D^2=I\sigma^2=0$ , gdzie  $I$  – macierz jednostkowa, tak więc elementy  $\varepsilon$  muszą być nieskorelowane [13]. W naszym przypadku mamy 4 zmienne niezależne, szukamy więc pięciu estymatorów parametrów  $\beta_i$ , gdzie  $\{i \in N: 0 < i < 4\}$  otrzymanych metodą najmniejszych kwadratów, czyli estymatorów  $b_i$ , gdzie  $\{i \in N: 0 < i < 4\}$ . Wartości estymatorów wyznaczono z równania (2):

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2)$$

Wartości estymatorów można otrzymać metodą najmniejszych kwadratów zakładając, że:

- postać modelu jest liniowa,
- wytypowane czynniki wpływające na wielkość współczynnika tarcia są wielkościami nielosowymi oraz niezależnymi od siebie,
- liczba czynników wytypowanych do utworzenia modelu jest mniejsza od ilości prób,
- wyznacznik macierzy  $X^T X \neq 0$  tzn. macierz  $X^T X$  jest nieosobliwa,
- $\varepsilon_i$  jest zmienną losową o wartości oczekiwanej równej zero.

Elementy wektora  $b$  są liniowymi funkcjami obserwacji  $Y_i$ ,  $\{i \in N: 1 < i < n\}$  i stanowią estymatory nieobciążone elementów wektora  $\beta$  o najmniejszych wariancjach. Równanie (1) przyjmie więc postać:

$$\hat{Y} = Xb \quad (3)$$

Po wyznaczeniu  $b$  i podstawieniu do(3) otrzymamy równanie regresji (4):

$$\hat{Y} = X \begin{bmatrix} 0,163 \\ -0,604 \\ 0,698 \\ 0,023 \\ -0,042 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dla zmiennych losowych odchylenia standardowe zmiennych z populacji określane jako dodatni pierwiastek kwadratowy z wariancji (5):

$$s(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{isr})^2}{n-1}} \quad (5)$$

wynoszą  $s(X_1) = 0,044$ ,  $s(X_2) = 0,078$ ,  $s(X_3) = 0,840$ ,  $s(X_4) = 0,429$ ,  $s(X_5=Y) = 0,043$ .

Po scentrowaniu macierzy  $X^T X$  względem wartości średnich otrzymamy macierz  $X_c^T X_c$  o wymiarach  $j \times y$ . Wyznaczając współczynniki równania korelacji ze wzoru (6) otrzymamy macierz korelacji (7) o współczynnikach z przedziału (0,1)

$$r_{jy} = \frac{s_{jy}}{\sqrt{s_{jj} \cdot s_{yy}}} \quad (6)$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,953 & 0,019 & 0,006 & 0,588 \\ 0,953 & 1 & -0,008 & 0,013 & 0,673 \\ 0,019 & -0,008 & 1 & 0,005 & 0,455 \\ 0,006 & 0,013 & 0,005 & 1 & -0,406 \\ 0,588 & 0,673 & 0,455 & -0,406 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ustalenie jak dalece linia regresji będzie przydatna jako predyktor, sprowadza się do stwierdzenia jak duża część sumy kwadratów poza średnią pokrywa się z sumą kwadratów w regresji i jak duża część pokrywa się z sumą kwadratów poza regresją. Współczynnik determinacji  $R^2$  powinien być jak najbardziej zbliżony do wartości 1. Dobrane równanie posiada  $R^2 = 0,8704$ , tzn. tłumaczy 87,04 % całkowitego odchylenia wokół średniej. Według danych literaturowych model o  $R^2$  powyżej 80 % można uznać za dobry predyktor. Analiza wariancji (tabl. 2) pozwala określić niepewność związaną z prognozowanymi wartościami zmiennej, które mogą tym bardziej odbiegać od przeciętnej, im wyższa jest wariancja. Wariancja jako średnie kwadratowe odchylenie wartości zmiennej losowej od jej wartości średniej jest miarą rozproszenia możliwych wartości zmiennej i jest niezastąpionym narzędziem testującym istotność całego równania. Przy poziomie istotności  $\alpha=0,05$  całkowita wartość testu F (Fischera – Snecodera) wynosi:

$$F = \frac{MS_R}{s^2} = \left( \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n Y_i)^2}{n} - \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \right) \frac{75}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \quad (8)$$

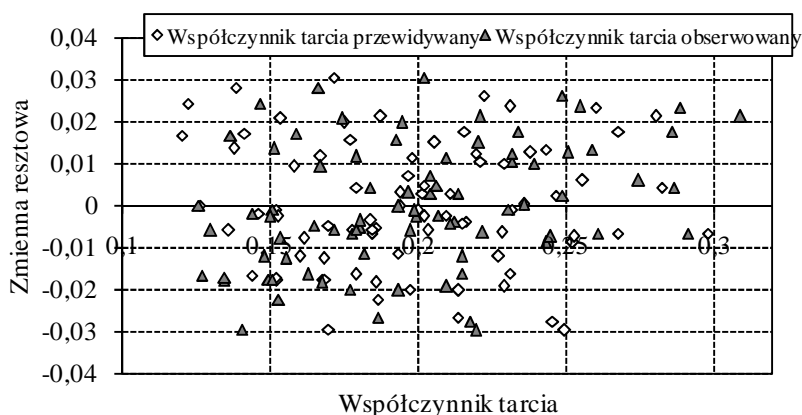
jest równa 126, 026 i jest większa od wartości testu  $F=2,51$  odczytanej z tablic, co potwierdza, że równanie 4 jest dobrym predyktorem.

Tabela. 2. Analiza wariancji

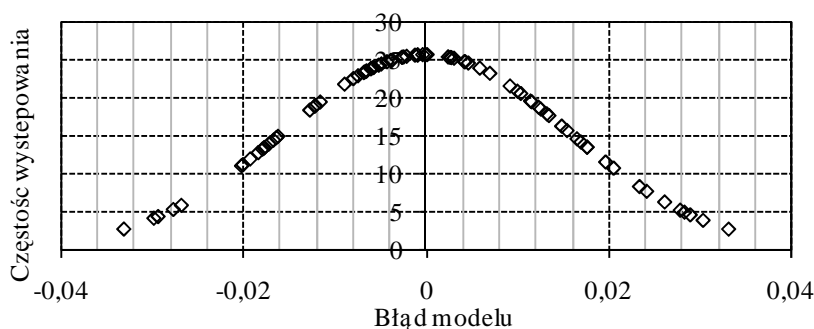
Źródło	Stopnie swobody	Suma kwadratów	Średni kwadrat	F całkowite
Ogółem	79	0,149		
Regresja	4	0,130	0,032	126,026
Reszta	75	0,019	0,0002	

Poziomem istotności nazywamy przyjęte prawdopodobieństwo pomyłki w trakcie oceny istotności parametru, czyli jego prawdopodobieństwo do wskazywania nieprawidłowych szacunków całego modelu. Zwykle poziom istotności przyjmuje się na poziomie 0,05, przypadku niższego poziomu często zdarza się, że oszacowany parametr, po ocenie jego istotności okazuje się tej istotności nie wykazywać w dostatecznie wysokim stopniu. Liczba stopni swobody związana z każdą sumą kwadratów pokazuje jak wiele niezależnych informacji zawartych w  $n$  niezależnych wartościach  $Y_i, \{i \in N: 0 < i < n\}$  jest potrzebnych do zestawienia sumy kwadratów. Wyznaczenie sumy kwadratów poza średnią wymaga  $(n-1)$  niezależnych informacji.

Analiza rozkładu reszt regresyjnych jest jednym z ważniejszych etapów analizy regresji. Reszty są ciągiem dodatnich i ujemnych różnic pomiędzy składnikami wektora empirycznego obserwacji zmiennej objaśnianej  $Y$ , a wektora teoretycznych obserwacji otrzymanych na podstawie modelu (rys. 2). Rozkład normalnego błędów (rys. 3) jest niezbędny do przeprowadzenia testów  $F$ , zależnych od przyjęcia rozkładu normalnego. Aby uzyskać jak najlepszą jakość predykcji równania regresji powinno się dążyć do wprowadzenia do modelu tak wiele zmiennych jak to możliwe. Wiąże się to ze zbudowaniem bardzo dużej bazy danych i uwzględnieniem kolejnych zmiennych w równaniu regresji więc chcielibyśmy, aby do modelu wprowadzić jak najmniej zmiennych. Kompromisem między tymi sprzecznymi ze sobą warunkami są procedury wyboru „najlepszego” równania regresji.



Rys. 2. Rozkład zmiennych resztowych w funkcji zmian wartości współczynnika tarcia przewidywanego przez model regresji (a) oraz określonego eksperymentalnie (b).



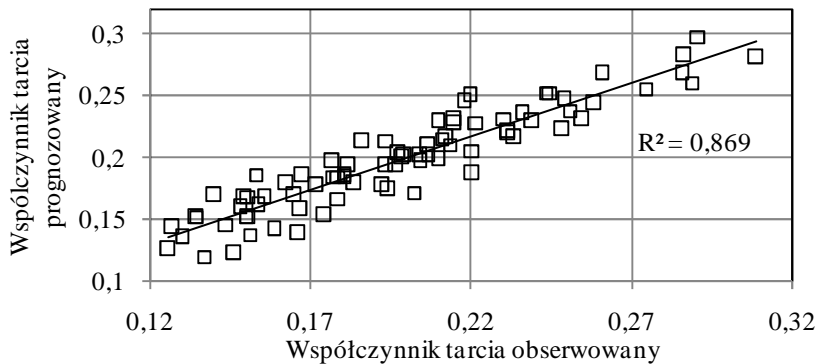
Rys. 3. Częstość występowania zmiennej resztowej

Wprowadzając na początku wszystkie zmienne niezależne założono, że najlepsze równanie zostanie otrzymane metodą eliminacji *a posteriori*. Najmniejsza wartość częściowego testu F (tabl. 3) jest większa od wartości dobranej z tablic dla dobranego poziomu istotności  $\alpha=0,05$  równej 3,98. Ponieważ obliczone F dla zmiennej  $X_1$  jest większe od wartości krytycznej można przyjąć model  $\hat{Y} = f(X_1, X_2, X_3, X_4)$  jako obowiązujący. Model dla zapewnienia lepszej predykcji może być poprawiony np. przez zwiększenie ilości danych wejściowych bądź wprowadzenie do modelu składników mieszanych  $X_1 \cdot X_2$ ,  $X_1 \cdot X_3$  itd. Jednak biorąc pod uwagę, że równanie regresji liniowej  $\hat{Y} = f(X_1, X_2, X_3, X_4)$  tłumaczy 86,9 % ( $R^2 = 0,869$ ) całkowitego odchylenia (rys. 4) oraz to, że uzyskano małe odchylenie standardowe reszt równe 0,0160 przyjęto model za adekwatny.

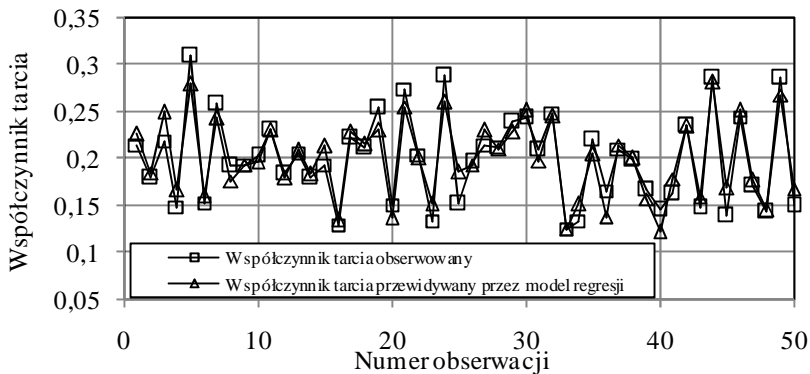
Tabela. 3. Wyniki analizy częściowego testu F

Numer zmiennej	Wartość średnia	Oryginalny współczynnik $\beta_i$	Częściowy test F
4	1,314	- 0,042	102,992
3	1,175	0,023	121,149
2	0,244	0,698	84,570
1	0,178	- 0,604	19,983

Wartości prognozowane przez zbudowany model regresji w cechują się wysoką zgodnością z wartościami eksperymentalnymi współczynnika tarcia (rys. 5, 6). Jest to szczególnie widoczne w środkowym zakresie wartości współczynnika tarcia. Dla skrajnych wartości współczynnika tarcia rozbieżność danych prognozowanych zwiększa się, co jest związane z normalnym rozkładem błędów.

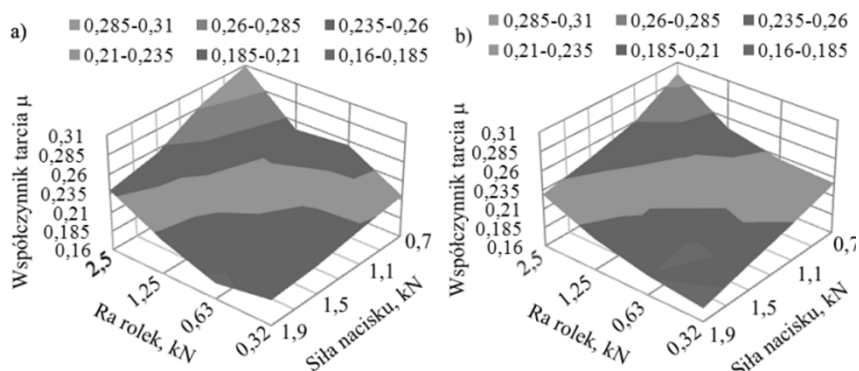


Rys. 4. Wartości prognozowanej wartości współczynnika tarcia dla danych użytych do budowy modelu regresji



Rys. 5. Porównanie wartości rzeczywistych współczynnika tarcia z wartościami prognozowanymi równaniem regresji

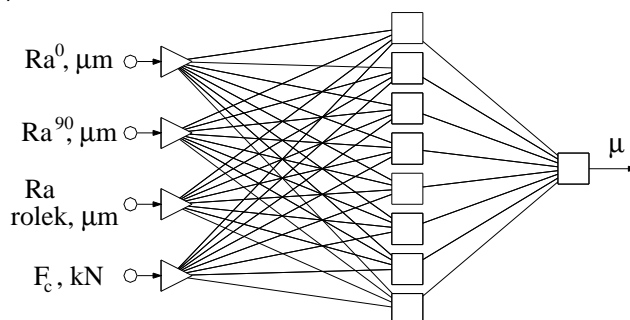




Rys. 6. Wartość współczynnika tarcia dla blachy M63 z6 otrzymana eksperymentalnie (a) oraz prognozowana przez model regresji (b)

### 3 Model neuronowy

Do budowy modelu regresyjnego SSN wykorzystano program Statistica Neural Networks. Jednym z najważniejszych zadań koniecznych do zbudowania optymalnego modelu sieci neuronowej jest odpowiedni dobór zmiennych wejściowych mających istotny wpływ na wartość zmiennej wyjściowej. Na wejście sieci wprowadzono cztery zmienne wykorzystane do budowy klasycznego modelu regresji wielorakiej. Projektowanie sieci w programie Statistica zrealizowano za pomocą Automatycznego Projektanta Sieci, który sam przeprowadza eksperymenty z różną liczbą neuronów ukrytych, wielokrotnie powtarzając proces uczenia dla każdej badanej struktury i dokonuje wyboru najlepszych modeli sieci, kierując się wartością błędu walidacyjnego i wielkością sieci. Sieć wielowarstwowa MLP (Multilayer Perceptron) dobrana przez Automatycznego Projektanta zawierała jedną warstwę ukrytą z ośmioma neuronami (rys. 6).



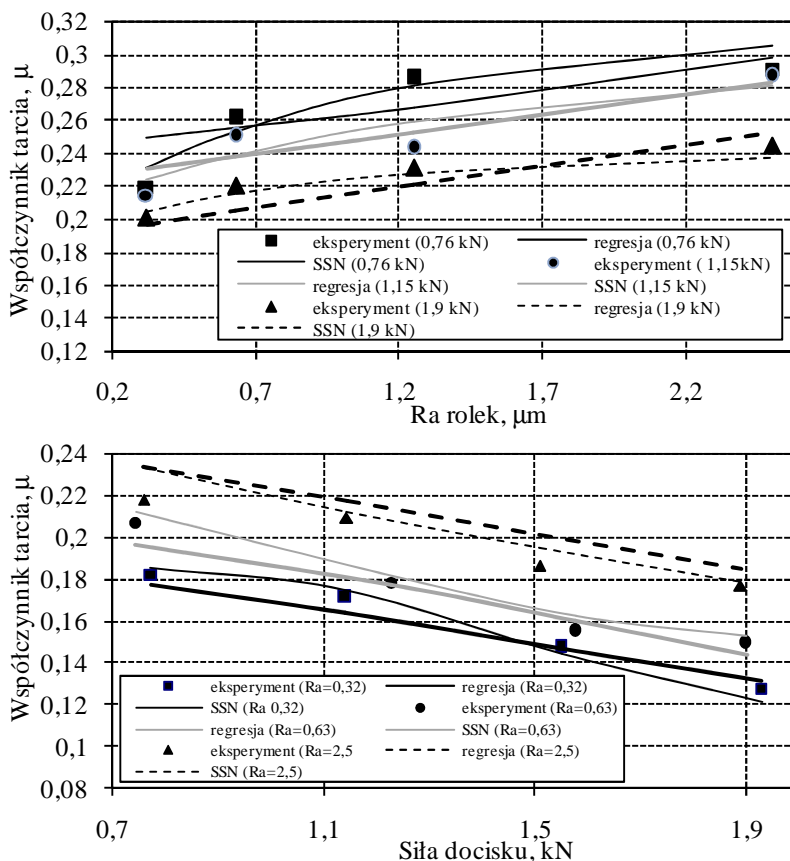
Rys. 7. Struktura sieci neuronowej

Spośród wszystkich par uczących (sygnałów wejściowych i odpowiadających im sygnałów wyjściowych) wydzielono losowo ok. 10% przypadków, które zaliczono do zbioru walidacyjnego. Dane z tej grupy posłużyły do niezależnej kontroli algorytmu uczenia. Pozostała liczba przypadków została przypisana do zbioru uczącego. Najważniejszą informacją uwzględnianą przy ocenie sieci jest wartość błędu walidacyjnego.

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - y_i)^2}{n}} \quad (9)$$

gdzie:  $z_i$  – oczekiwany sygnał neuronu wyjściowego dla  $i$ -tego wzorca,  $y_i$  – sygnał neuronu wyjściowego dla  $i$ -tego wzorca,  $N$  – liczba wektorów w ciągu uczącym.

Aby zapobiec procesowi przeuczenia sieci, jako kryterium zakończenia uczenia sieci przyjęto moment, gdy nie następuje już dalsze zmniejszanie się wartości błędu RMS zbioru walidacyjnego. Proces uczenia sieci przebiegał metodą wstecznej propagacji błędu, która jest obecnie najczęściej stosowanym algorytmem uczenia sieci neuronowych. Ograniczony zakres możliwych odpowiedzi sieci w powiązaniu z wymogiem korzystania wyłącznie z informacji w postaci numerycznej pociąga za sobą konieczność stosowania wstępnego przetwarzania danych wejściowych przed ich podaniem na wejście sieci i procesu przekształcania i odpowiedniej interpretacji danych wyjściowych otrzymywanych z sieci. Z tego względu wartości numeryczne podawane z zewnątrz muszą zostać przeskalowane do przedziału odpowiedniego dla sieci [10]. Oceniając model regresyjny należy zwrócić szczególną uwagę na wartość ilorazu odchylenia standardowego błędów i odchylenia standardowego wartości zmiennej objaśnianej – S. D. Ratio oraz współczynnik korelacji Pearsona. Mierniki te są wyznaczane niezależnie dla każdego ze zbiorów danych. Dla bardzo dobrego modelu wartość S. D. Ratio wynosi poniżej 0,1. Współczynnik korelacji Pearsona liczony pomiędzy rzeczywistymi i obliczonymi przez sieć neuronową wartościami zmiennej objaśnianej wynosił dla zbioru uczącego 0,954 oraz dla zbioru weryfikującego 0,931 S. D. Ratio dla powyższych zbiorów wynosił odpowiednio: 0,179 i 0,243. Wysoka wartość miernika korelacji przy niskiej wartości S. D. Ratio dla zbioru uczącego świadczy o dobrych własnościach aproksymacyjnych sieci neuronowej. Porównanie modelu regresyjnego i neuronowego (rys. 7) uwidacznia lepsze dopasowanie modelu neuronowego do danych doświadczalnych mających charakter nieliniowy.



Rys. 8. Porównanie wartości współczynnika tarcia wyznaczonego doświadczalnie z modelem regresji i siecią neuronową dla blachy M70 z6 dla różnych sił docisku rolek (górny) oraz dla blachy M63 z6 dla różnych chropowatości powierzchni rolek (dolny)

#### 4 Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów neuronowych charakteryzują się wysoką zgodnością z danymi doświadczalnymi w zakresie wartości parametrów użytych do uczenia sieci. Należy bowiem pamiętać aby wartości prognozowane nie wykraczały poza zakres wartości wykorzystanych w procedurze określania parametrów równania regresji. Sieć neuronowa może realizować ekstrapolację zbudowanej funkcji poza zakres danych uczących, jednakże w miarę oddalania się od znanego obszaru maleje szansa, że funkcja nie zmieni swego charakteru. Mimo, że model SSN lepiej dopasowuje się do danych eksperymentalnych niż model regresyjny, nie należy rezygnować ze stosowania klasycznej re-

gresji wielorakiej. W przypadku gdy istnieje możliwość wyboru pomiędzy modelem prostym i bardziej złożonym, należy preferować model mniej skomplikowany, o ile ten drugi nie dopasowuje się lepiej do danych. Dalsze badania będą zmierzać do implementacji w programach do analizy procesów kształtowania blach metodą elementów skończonych modelu tarcia, który w zależności od istniejących warunków pozwoli na określenie lokalnych wartości współczynnika tarcia.

## Podziękowania

Projekt został zrealizowany przy wsparciu udzielonym przez Islandię, Liechtenstein i Norwegię, poprzez dofinansowanie ze środków Mechanizmu Finansowego Europejskiego Obszaru Gospodarczego oraz Norweskigo Mechanizmu Finansowego w Ramach Funduszu Stypendialnego i Szkoleniowego.

## Literatura

- [1] Johnson R., Wichern D., *Applied multivariate statistical analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982.
- [2] Kleinbaum D.G., Kupper L.L., Muller K.E., *Applied regression analysis and other multivariable methods*, PWS Publishing Co., Boston, 1988.
- [3] Matuszak A., Factors influencing friction in steel sheet forming, *J. Mat. Proc. Technol.*, Vol. 106, pp. 250-253, 2000.
- [4] Stachowicz F., Trzepieciński T., ANN application for determination of frictional characteristics of brass sheet metal, *J. Artif. Intell.*, Vol. 1, pp. 81-90, 2004.
- [5] Dasgupta R., Thakur R., Govindrajan B., Regression analysis of factors affecting high stress abrasive wear behavior, *J. of Failure Analysis and Prevention*, Vol. 2, pp. 65-68, 2002.
- [6] Hertz J., Krogh A., Palmer G., *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*, WNT, Warszawa, 1993.
- [7] Rapetto M.P., Almqvist A., Larsson R., Lucht P.M., *On the influence of surface roughness on real area of contact in normal, dry, friction free, rough contact by using a neural network*, *Wear*, Vol. 266, pp. 592-59, 2009.
- [8] Dragan A., *Neural network prediction of brake friction materials wear*, *Wear*, Vol. 268, pp. 117-125, 2010.
- [9] *Statistica Neural Networks*, Addendum for version 4, StatSoft, Tulsa, 1999

## **APPLICATION OF MULTIPLE REGRESSION AND NEURAL NETWORK FOR MODELLING OF FRICTION PHENOMENON**

Summary – The article contains regression models of friction phenomenon description in sheet metal forming. The applied multiple regression analysis and artificial neural networks allow to limit or eliminate time-consuming friction research with the purpose of determination of friction coefficient value for wide range of friction conditions variability. Furthermore these methods do not require knowledge of all parameters influencing on tribological phenomena and their interactions in the contact zone. To build friction models the results of a strip drawing test in dry friction conditions were utilized. The aim of performed friction tests was to determine the sheet surface roughness, surface roughness of rolls and holder force on friction coefficient value. Multiple regression analysis was carried out using user subroutine in *Matlab* software. To build neural network model *Statistica Neural Networks* software package was applied.