Zbigniew Gmyrek
Wydział Informatyki
Wyższej Szkoły Informatyki w Łodzi

MODELE MATEMATYCZNE I METODY WYZNACZANIA STRAT W FERROMAGNETYKACH MIĘKKICH PRACUJĄCYCH W WARUNKACH POLA PRZEMIENNEGO I OBROTOWEGO

Streszczenie – Artykuł prezentuje kierunki rozwoju modeli matematycznych pozwalających na wyznaczanie strat w ferromagnetykach miękkich, poddawanych przemagnesowaniu osiowemu jak również obrotowemu. Wskazane są istotne różnice w matematycznym zapisie równań umożliwiające wykorzystanie ich podczas obliczeń strat mocy w ferromagnetyku wzbudzanym strumieniem magnetycznym o przebiegu innym niż sinusoidalnie zmienny.

1 Wstęp

Problematyka wyznaczania strat w ferromagnetykach miękkich, posiadających budowę domenową jest zgłębiana od wielu lat. Obszary badań dotyczące tej problematyki możemy podzielić na trzy grupy:

- badania dotyczące przemagnesowania osiowego, podczas pracy w warunkach sinusoidalnie zmiennego strumienia magnetycznego
- badania dotyczące przemagnesowania osiowego, podczas pracy w warunkach odkształconego strumienia magnetycznego
- badania dotyczące przemagnesowania obrotowego, najczęściej wykonywane w warunkach pola kołowego

2 Badania dotyczące przemagnesowania osiowego, podczas pracy w warunkach sinusoidalnie zmiennego strumienia magnetycznego

Początkowo przyjmowano równomierny rozkład indukcji wewnątrz ferromagnetyka (było to szczególnie uzasadnione w przypadku dużego stosunku szerokości próbki do jej grubości czyli w przypadku blach o grubości od 0.25 do 0.5 mm). Unowocześniane procesy technologiczne umożliwiły produkcję blach w których dość dobrze kontrolowano strukturę oraz właściwości magnetyczne blachy. Równocześnie okazało się, że dotychczasowe poglądy, zakładające równomierny rozkład indukcji wewnątrz blachy a także stosowany podział strat na histerezowe oraz wiroprądowe, powinny zostać zweryfikowane. Potrzeba weryfikacji poglądów wynikała z rozbieżności pomiędzy wynikami pomiarów oraz obliczeń. Z tego powodu poszukiwano wyjaśnienia przyczyn takiego stanu rzeczy. Głębsze badania wykazały, że przyczyn jest wiele:

- zakładany równomierny rozkład indukcji okazał się być błędnym, zwłaszcza w przypadku ferromagnetyków o bardzo dobrze uporządkowanej strukturze. Informacje na ten temat możemy znaleźć np. w pracach Overshotta a*t al* [1], [2]. Potwierdzały tę tezę także prace symulacyjne prowadzone między innymi przez Maranera *at al* [5], Imamurę *at al* [6], Bishopa [7], Mohriego a*t a.* [8]

- zakładany jednoczesny ruch ścian Blocha (występujących w strukturze domenowej) okazał się być nieprawdziwy gdyż aktywność ścian jest różna, zależna od aktualnych, lokalnych warunków magnetycznych oraz jest ona zależna od uśrednionej na przekroju wartości indukcji. Do pierwszych prac badawczych prowadzonych w tym zakresie można zaliczyć prace Boona *at al* [3], Hallera *at al* [4], Houzego [9]

Wykorzystując wyniki przeprowadzonych badań, przyjęto statystyczną teorię ruchu ścian Blocha i będącą jego wynikiem statystyczną teorię strat wiroprądowych. Tak więc wydzielono tzw. klasyczne straty wiroprądowe wynikające z płynnego ruchu ścian Blocha oraz tzw. straty wiroprądowe excess wynikające ze skokowego ruchu ścian oraz ich niejednakowego przemieszczania w przestrzeni. Teorię tę zastosował w swoich pracach m.in. Bertotti [10], [11]. Od tej pory straty w ferromagnetyku miękkim, posiadającym budowę domenową, określane są jako suma trzech składników

$$P_{tot} = P_{hys} + P_{clas} + P_{ex} \tag{1}$$

gdzie:
P_{tot} – całkowite straty w ferromagnetyku,
P_{hys} – straty histerezowe,
P_{clas} – klasyczne straty wiroprądowe,
P_{ex} – wiroprądowe straty excess.

W przypadku sinusoidalnie zmiennej indukcji spotykamy w literaturze następującą zależność określającą straty w jednostce objętości, na cykl przemagnesowania

$$P_{tot} = P_{hys} + \left(\Pi^2 \sigma d^2 B_{\max}^2 f^2\right)/6 + c\left(B_{\max} f\right)^{1.5} \tag{2}$$

gdzie:
P_{hys} – straty quasi-histerezowe, określone na podstawie pomiarów lub z modelu Preisacha [12],
d – grubość ferromagnetyka,
f – częstotliwość przemagnesowania,
c – współczynnik udziału strat excess, określony na podstawie pomiarów (może on zostać także określony na podstawie wzoru proponowanego przez Bertottiego [10]),
σ - przewodność elektryczna materiału.

Zależność (2), ze względu na prostotę zapisu i niewielką liczbę parametrów, jest chętnie wykorzystywana w celu obliczenia strat w ferromagnetyku wiodącym sinusoidalnie zmienny strumień magnetyczny.

3 Badania dotyczące przemagnesowania osiowego, podczas pracy w warunkach odkształconego strumienia magnetycznego

W rzeczywistych urządzeniach elektrycznych strumień magnetyczny zawiera wyższe harmoniczne, bądź przemagnesowanie nie ma charakteru przemagnesowania osiowego lecz przemagnesowania obrotowego. Dlatego poszukiwano wygodnych w zastosowaniu zależności analitycznych pozwalających określić z dużym przybliżeniem wartość strat mocy w ferromagnetyku wiodącym odkształcony strumień magnetyczny.

W przypadku zjawiska histerezy magnetycznej, niesinusoidalny przebieg indukcji może, ale nie musi, doprowadzić do powstawania cząstkowych pętli histerezy. W przypadku gdy nie powstają cząstkowe pętle histerezy, wartość strat histerezowych zależy wyłącznie od wartości maksymalnej indukcji i nie zależy od kształtu przebiegu indukcji. W takim przypadku można zastosować znaną formułę Steinmetza

$$P_{hys} = c\, f\, B_{\max}^{n} \tag{3}$$

gdzie:
c,n – stałe zależne od rodzaju materiału ferromagnetyka,
f – częstotliwość przemagnesowania.

W przypadku gdy odkształcenie przebiegu indukcji od przebiegu sinusoidalnego jest tak duże, że powstają cząstkowe pętle histerezy, wówczas nie można zastosować równania (3) i należy szukać innych sposobów określenia strat histerezowych. Najprostszym rozwiązaniem wydaję się wykorzystanie modelu Preisach jednakże bardzo duży nakład pracy polegający na przygotowaniu funkcji gęstości Preisach, raczej eliminuje ten model w przypadku gdy chcemy szybko otrzymać rezultat. W takim przypadku możliwe jest zastosowanie współczynnika korygującego wartość strat histerezowych. Przykładowy sposób określenia tego współczynnika podany jest w pracach Fuchsa *at al* [13], Laversa *at al* [14], Namikawy *at al* [15]. Współczynnik wzrostu strat histerezowych wg Laversa może być określony jako (zakres wykorzystania tego współczynnika ogranicza się tylko do przypadku w którym powstają cząstkowe pętle histerezy):

$$k_h = 1 + \frac{k}{B_{\max}} \sum_{i=1}^{n} B_i \tag{4}$$

gdzie:
k – współczynnik przyjmujący wartość 0.6-0.7,
i – numer harmonicznej,
B_i – amplituda wyższej harmonicznej,
B_{max} – wartość maksymalna indukcji.

Według innych badaczy (Fiorillo i Novikov [16]) określenie strat mocy w przypadku niesinusoidalnego zasilania może odbyć się z wykorzystaniem informacji dotyczącej szybkości narastania pochodnej indukcji względem czasu. W takim przypadku poszczególne komponenty strat w ferromagnetyku można określić jako

$$P_{hys} \propto \left| \frac{dB}{dt} \right| \quad P_{class} \propto \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \quad P_{ex} \propto \left| \frac{dB}{dt}^{1.5} \right| \tag{5}$$

W swoich pracach Fiorillo i Novikov przyjmowali tezę, potwierdzoną także przez innych badaczy, dotyczącą statycznych strat histerezowych. Teza ta zakłada, że straty histerezowe w przypadku braku pętli cząstkowych są wyłącznie funkcją wartości maksymalnej indukcji i nie zależą od kształtu jej przebiegu. Straty wiroprądowe klasyczne wyznaczali jako sumę strat od poszczególnych harmonicznych. W takim przypadku można napisać odpowiednie równości dotyczące wyznaczania tych strat

$$P_{class} \propto \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \Rightarrow P_{class} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{class}(t) dt = \frac{\sigma d^2}{12T} \int_0^T \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 dt = \frac{\sigma \pi^2 f^2 d^2}{6} \sum_{n=0}^{\infty} n^2 B_n^2 \tag{6}$$

Zależność ta słuszna jest przy założeniu, że przebieg indukcji w czasie określony jest rozkładem Fouriera w postaci

$$B(t) = \sum_n B_n \sin(2\pi\, n\, f\, t + \varphi_n) \tag{7}$$

gdzie:
n – numer harmonicznej.

Można spotkać także kompleksowe podejście do wyznaczania całkowitych strat w ferromagnetyku wiodącym odkształcony strumień magnetyczny. Przykładem takiego podejścia jest praca Mosera *at al* [20] proponująca następującą zależność

$$P_{tot} = \pi f^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(n\, B_n\, H_n \sin \varphi_n \right) \tag{8}$$

gdzie:
B_n, H_n – amplituda indukcji oraz natężenia pola magnetycznego dla n-tej harmonicznej,
n – numer harmonicznej,
φ_n – kąt przesunięcia fazowego pomiędzy wektorem indukcji oraz natężenia pola magnetycznego, określony dla n-tej harmonicznej.

Inni badacze proponują aby uwzględniać w procesie obliczeń fazy wyższych harmonicznych. Wnioski takie możemy znaleźć w pracach Mosera *at al* [17], Gmyrka *at al* [18], Nakaty *at al* [19]. Faza początkowa wyższych harmonicznych jest szczególnie ważna podczas wyznaczania strat histerezy statycznej ponieważ wyższe harmoniczne, występujące w strumieniu, mogą, ale nie muszą, powodować powstawanie pętli cząstkowych.

Ciekawe podejście można znaleźć w pracach Smitha *at al.* [21]. Autorzy proponują aby odkształcenie strumienia magnetycznego uwzględnić poprzez współczynnik określony jako

$$D = (1 + (1.11 - F))^2 \tag{9}$$

gdzie:
F – współczynnik kształtu odkształconego przebiegu

Współczynnik taki miałby modyfikować amplitudy wszystkich wyższych harmonicznych, w następujące sposób

$$B_n^* = D\, B_n \tag{10}$$

Następnie sumaryczne straty byłyby obliczane jako suma strat pochodzących od wyższych harmonicznych.

Ważnym obszarem badań dotyczących wyznaczania strat w ferromagnetyku, pracującym zarówno w warunkach sinusoidalnego jak i odkształconego strumienia, są prace badawcze wykorzystujące makroskopowe modele Jilesa-Athertona oras Preisacha. Model J-A został zaproponowany wiele lat temu [22]. Model ten uwzględnia zarówno odwracalne jak i nieodwracalne przemieszczanie ścian Blocha w domenowej strukturze ferromagnetyka. Jedna z pierwszych postaci matematycznych tego modelu jest następująca

$$
\begin{aligned}
\frac{dM_{irr}}{dH} &= \frac{M_{an}(H)-M_{irr}(H)}{\delta k-\alpha\left(M_{an}(H)-M_{irr}(H)\right)} \\
\frac{dM_{rev}}{dH} &= c\left(\frac{dM_{an}}{dH}-\frac{dM_{irr}}{dH}\right) \\
\frac{dM}{dH} &= \frac{dM_{irr}}{dH}+\frac{dM_{rev}}{dH}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

gdzie:

δ - parametrem modelu który przyjmuje wartość +1 dla pola narastającego oraz –1 dla pola malejącego,

c, α, k - parametry modelu.

W swoich późniejszych pracach Jiles [24] proponuje nieco zmodyfikowaną postać tego modelu

$$
\left(k\delta-\alpha\left(M_{an}-M+k\delta c\right)\right)\frac{dM}{dH}=\left(M_{an}-M+k\delta c\frac{dM_{an}}{dH_e}\right)
\tag{12}
$$

W kolejnych pracach Jiles [25], [26]) prezentuje postać równań opisujących główną oraz cząstkowe pętle histerezy. Dla głównej pętli histerezy i pola narastającego proponuje równanie

$$
M_{irr}=L(B_e/a)+kL^{(1)}(B_e/a)+k^2L^{(2)}(B_e/a)-C(B_{e\max})
\tag{13}
$$

zaś dla głównej pętli histerezy i pola malejącego

$$
M_{irr}=L(B_e/a)-kL^{(1)}(B_e/a)+k^2L^{(2)}(B_e/a)+C(B_{e\max})
\tag{14}
$$

$$
B_e=\mu_0(H+\alpha M)
\tag{15}
$$

gdzie:
$L^{(1)}$, $L^{(2)}$ – odpowiednio pierwsza i druga pochodna funkcji Langevin'a,
$C(B_{emax})$ – stała całkowania.
Dla cząstkowej pętki histerezy zawierającej się pomiędzy wartościami H_l oraz H_r Jiles proponuje opis równaniem

$$(M_l - M_r) = n\left[L(B_e/a)_l - \delta k L^{(1)}(B_e/a)_l + kL^{(2)}(B_e/a)_l - \left[L(B_e/a)_r + \delta k L^{(1)}(B_e a)_r + k^2 L^{(2)}(B_e/a)_r\right]\right] \tag{16}$$

Prowadząc swoje dalsze prace Jiles i Atherton uwzględniają wyniki innych badań, prowadzonych między innymi przez Bertottiego, i proponują tzw. Dynamiczny model J-A opisany w literaturze [23].

$$\left(\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta}\frac{dH}{dt}\right)\left(\frac{dM}{dH}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho}\right)^{1/2}\left(\frac{dH}{dt}\right)^{1/2}\left(\frac{dM}{dH}\right)^{3/2} +$$
$$\left(k\delta - \alpha\left(M_{an} - M + k\delta c\frac{dM_{an}}{dH_e}\right)\right)\left(\frac{dM}{dH}\right) - \left(M_{an} - M + k\delta c\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) = 0 \tag{17}$$

gdzie:
β - współczynnik geometryczny, wynoszący dla blach elektrotechnicznych około 6,
G – współczynnik równy 0.1356,
w – szerokość ferromagnetyka,
d – grubość ferromagnetyka,
H_0 – wewnętrzny potencjał ścian domenowych,
ρ - rezystywność materiału.

Wspomniany wcześniej model Preisach został opublikowany w latach 30-tych ubiegłego wieku [28] zaś jego postać zawierającą dogodną postać funkcji Everetta można znaleźć w późniejszych pracach [27]. Z pomocą tej funkcji można było stworzyć model w którym magnetyzacja ferromagnetyka zależy nie tylko od aktualnej wartości natężenia pola magnetycznego ale również od tzw. historii magnetycznej materiału. Dla rzeczywistych materiałów magnetycznych funkcja gęstości Preisach'a jest otrzymywana na drodze pomiarowej, gdzie mierzy się zmiany magnetyzacji powodowane przez zmiany zewnętrznego pola magnetycznego. W modelu Preisacha występuje funkcja gęstości Preisacha, która jest związana z funkcją Everetta następującą zależnością

$$p(a,b)=\frac{\partial^2 E(a,b)}{\partial a \partial b} \tag{18}$$

Ponadt, prowadzone są także prace badawcze w których autorzy próbują aproksymować funkcję gęstości, wykonując znacznie mniej badań eksperymentalnych niż w przypadku doświadczalnego wyznaczenia tej funkcji. Proponowana aproksymacja może przyjąć postać

$$p(h_i,h_c)=\frac{M_s}{2\pi\sigma_c\sigma_i}\exp\left[-\frac{\left(h_c-h_c^1\right)^2}{2\sigma_c^2}\right]\exp\left[-\frac{h_i^2}{2\sigma_i^2}\right] \tag{19}$$

gdzie:
h_c^1 – średnia wartość natężenia koercji,
σ_c – szerokość rozkładu natężenia pola koercji,
σ_i – szerokość rozkładu pola oddziaływania pomiędzy domenami.

4 Badania dotyczące przemagnesowania obrotowego

Przemagnesowanie obrotowe jest takim rodzajem przemagnesowania w którym wirujący wektor indukcji magnetycznej posiada stałą długość (przemagnesowania kołowe) lub zmienia ją (przemagnesowanie eliptyczne). Przez ostatnie dziesiątki lat opublikowano wiele wyników prac badawczych. Pierwsze prace związane z tą tematyką dotyczyły przemagnesowania obrotowego kołowego. Od lat 60 ubiegłego wieku zakres prac objął także przemagnesowanie eliptyczne zachodzące w warunkach różnych częstotliwości pola wzbudzającego. W warunkach przemagnesowania obrotowego, straty mocy mogą osiągać wartości przewyższające wartości strat podczas przemagnesowania osiowego. Jeżeli akceptujemy rozdział strat mocy na trzy składniki: straty histerezowe, wiroprądowe klasyczne oraz wiroprądowe excess, to na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych możemy stwierdzić co następuje:

- straty histerezowe mogą być nawet dwukrotnie większe od strat histerezowych wyznaczonych podczas przemagnesowania osiowego, lub mogą zbliżać się do zera wraz ze wzrostem indukcji aż do poziomu indukcji nasycenia (przemagnesowanie kołowe)
- straty wiroprądowe klasyczne mają zawsze większą wartość w porównaniu ze stratami wiroprądowymi klasycznymi wyznaczonymi w warunkach przemagnesowania osiowego

- straty wiroprądowe excess mogą przewyższać straty excess w warunkach przemagnesowania osiowego lub mogą dążyć do zera wraz ze wzrostem indukcji (przemagnesowanie kołowe)

W każdym przypadku wartość poszczególnych składników strat zależy od eliptyczności hodografu wektora indukcji.

Jednym z pierwszych modeli wykorzystywanych podczas szacowania strat podczas przemagnesowania obrotowego był model Stoner-Wohlfartha, który uwzględniał zależność energii od kierunku położenia cząstki w stosunku do zewnętrznego pola magnetycznego, od anizotropii kształtu bądź anizotropii kryształu. Model ten opisuje równaniem zmienną część energii [34]

$$E(\Theta, \boldsymbol{H}) = K \sin^2 \Theta - \mu_0 \, \boldsymbol{m}_s \cdot \boldsymbol{H} \tag{20}$$

gdzie:
E – zmienna część energii,
K – stała anizotropii,
Θ - kąt pomiędzy osią łatwego magnesowania a kierunkiem wektora momentu magnetycznego $\boldsymbol{m_s}$ cząstki,
H – wektor zewnętrznego pola magnetycznego.

Np. Archenhold *at al.* [34] badał zjawisko histerezy podczas przemagnesowania kołowego, w warunkach gdy wektor natężenia pola miał stałą długość. Na podstawie tych badań wyznaczył zmianę energii związaną ze skokiem wektora momentu magnetycznego z pozycji początkowej do pozycji określonej kierunkiem zewnętrznego pola magnetycznego. Przyrost ten oszacował jako

$$-\Delta W = \left(\frac{h^2 + 2}{3} \right)^{3/2} - \frac{7 - h^2}{6} \left(\frac{4h^2 - 1}{3} \right)^{1/2} \tag{21}$$

gdzie:
h – jest to normalizowane pole anizotropii krystalicznej, którego wartość musi znaleźć się w zakresie 0.5 -1.

Podobne wyniki uzyskali inni badacze [35].

Całkowite straty mocy, w warunkach przemagnesowania obrotowego, można także wyznaczyć na podstawie teorii wektora Poyntinga, na podstawie której możliwe jest napisanie następującej zależności

$$P_{tot} = \frac{1}{T} \int_T H \cdot \frac{dB}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_T \left(H_x \frac{dB_x}{dt} + H_y \frac{dB_y}{dt} \right) dt \tag{22}$$

Wśród wielu autorów prac badawczych, zajmujących się tą tematyką, należy wskazać prace Fiorillo *at al* [29]. W pracy tej wykazał, że straty mocy w ferromagnetyku pracującym w warunkach pola obrotowego można określić na podstawie znajomości strat podczas pracy w warunkach przemagnesowania osiowego oraz znajomości wartości współczynników określających relacje pomiędzy składnikami strat podczas przemagnesowania obrotowego i osiowego. Innym badaczem prowadzącym zaawansowane badania w tym zakresie jest Bertotti *at al* [30]. Zarówno Fiorillo jak i Bertotti sugerowali generalną zasadę dotyczącą występowania zależności pomiędzy przemagnesowaniem osiowym i obrotowym kołowym. Jeżeli przemagnesowanie było eliptyczne, zaproponowali wykorzystanie prostej zależności na wyznaczenie strat histerezowych

$$P_{hys}^{elipt} = \left[1 + c\left(a_{hys} - 1\right)\right] P_{hys}^{alt} \tag{23}$$

gdzie:
c – współczynnik określający eliptyczność hodografu wektora indukcji, rozumiany jako stosunek długości krótkiej osi elipsy do długości długiej osi elipsy,
a_{hys} – współczynnik będący stosunkiem P_{rot}/P_{alt}, określony dla przemagnesowania kołowego i osiowego
P_{hys}^{elipt} – strat histerezowe dla przemagnesowania eliptycznego,
P_{hys}^{alt} – straty histerezowe dla przemagnesowania osiowego

Podobne zależności wykorzystujące współczynnik eliptyczności proponowali Zhu i Ramsden [31].

$$P_{hys}^{elipt} = c\, P_{hys}^{circ} + (1 - c)\, P_{hys}^{alt} \tag{24}$$

Ten sam autor kontynuując badania doszli do przekonania, że lepszym rodzajem interpolacji pomiędzy wynikami przemagnesowania osiowego i obrotowego, jest interpolacja kwadratowa [32]. Propozycja tych autorów dotycząca wyznaczania strat całkowitych jest więc następująca

$$P_{tot}^{ellipt} = cP_{tot}^{circ} + \left(1 - c\right)^2 P_{tot}^{alt} \tag{25}$$

gdzie:
P_{tot}^{circ} – całkowite straty w warunkach pola obrotowego kołowego,
P_{tot}^{ellipt} – całkowite straty w warunkach pola obrotowego eliptycznego.

Zupełnie innym podejściem kierują się badacze, którzy przyjmując trudność w precyzyjnym zdefiniowaniu tego problemu, stosują wyznaczone w oparciu o pakiety obliczeniowe (MES, MEB, MRS i inne) hodografy wektora indukcji. Przykładem takiego podejścia są np. prace Findleya *at al* [33]. W tym przypadku wyznaczone hodografy są odkształcone od elipsy jak również posiadają różne eliptyczności.

W latach 60 ubiegłego wieku bardzo ciekawe badania prowadzili Strattant i Young [36]. Badania te dotyczyły przemagnesowania eliptycznego i wyniku zaproponowali prostą zależność pomiędzy składnikami strat a eliptycznością przemagnesowania obrotowego. Zależności te nie miały uzasadnienia naukowego a jedynie praktyczne zastosowanie do prowadzenia szybkich oszacowań składników strat. Proponowane przez autorów zależności były następujące

$$\begin{aligned} P_{hyst} &= P_1\left[\frac{B_1}{B_s}-\left(\frac{B_1}{B_s}\right)^2\right]+P_2\left[\frac{B_2}{B_s}-\left(\frac{B_2}{B_s}\right)^2\right] \\ P_{eddy} &= P_3\left[\left(\frac{B_1}{B_s}\right)^2+\left(\frac{B_2}{B_s}\right)^2\right] \end{aligned} \tag{26}$$

gdzie:
B_1, B_2 – wartości indukcji w osi długiej i krótkiej przemagnesowania eliptycznego,
B_s – indukcja nasycenia,
P_1,P_2 – straty histerezowe podczas przemagnesowania osiowego, odpowiednio w osi długiej i krótkiej, dla indukcji B_s,
P_3 – straty wiroprądowe podczas przemagnesowania osiowego i indukcji B_s.

W roku 2009 pojawiły się w literaturze nowe wyniki badań prowadzonych przez Fiorillo *at al* [37]. Autorzy proponują zupełnie inne podejście niż dotychczas stosowane a mianowicie wszystkie skomplikowane zjawiska fizyczne zachodzące w ferromagnetyku chcą wyrazić za pomocą współczynników proporcji pomiędzy składnikami strat podczas przemagnesowania obrotowego i osiowego. Współczynniki te uzależniają jedynie od wartości maksymalnej indukcji i sprawdzają ich użyteczność w warunkach magnesowania sinusoidalnie zmiennym strumieniem (przemagnesowania osiowe) lub sinusoidalnie zmiennymi składowymi strumienia magnetycznego (podczas przemagnesowania obrotowego kołowego). Zależność jaką proponują do wyznaczania sumarycznych strat podczas przemagnesowania obrotowego opisują w następujący sposób

$$P^{rot}(B_p,f)=P^{alt}_{hyst}(B_p)\cdot R_{hyst}(B_p)+2P^{alt}_{cl}(B_p,f)+P^{alt}_{exc}(B_p,f)\cdot R_{exc}(B_p) \tag{27}$$

gdzie:
P^{rot} – sumaryczne straty w ferromagnetyku podczas przemagnesowania obrotowego,
P^{alt}_{hyst} – straty histerezowe podczas przemagnesowania osiowego,
R_{hyst} – współczynnik strat histerezowych, wyznaczony na podstawie pomiarów,
P^{alt}_{cl} – straty klasyczne wiroprądowe podczas przemagnesowania osiowego,
P^{alt}_{exc} – straty typu excess w ferromagnetyku, podczas przemagnesowania osiowego,
R_{exc} – współczynnik strat excess wyznaczony na drodze pomiarowej

Wraz z rozwojem sprzętu komputerowego, coraz chętniej wykorzystywane są modele numeryczne. W dostępnej literaturze można spotkać wiele prac poruszających ten temat. Choć przebieg wielkości fizycznych wyznaczany jest w oparciu o modele numeryczne, to wyznaczanie strat w ferromagnetyku opiera się na wyznaczaniu składników strat w oparciu o znajomość przebiegów hodografów wektora indukcji w poszczególnych strefach urządzenia elektrycznego. Takie podejście wydaje się podejściem ogólnym gdyż hodografy mogą być odkształcone w swym kształcie być od elipsy. Jako przykład można podać badania prowadzone przez Bogliettiego *at al* [38]. Autorzy stosują zależności wykorzystujące wyznaczone z modelu FEM hodografy wektorów indukcji. Proponują wykorzystanie następujących zależności

$$P_{hys} = \frac{k_h}{T} \sum_{i-1}^{N} \left[k_{el} P\left(B_{\max i} \right) \right]$$

$$P_{cla} = k_c \frac{1}{E} \sum_{j=1}^{E} \sum_{i=1}^{N} \left[\left(\frac{B^i_{r,j+1} - B^i_{r,j}}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{B^i_{\Theta,j+1} - B^i_{\Theta,j}}{\Delta t} \right)^2 \right] \cdot v_i \qquad (28)$$

$$P_{ex} = k_e \frac{1}{E} \sum_{j=1}^{E} \sum_{i=1}^{N} k^*_{ex} \cdot v_i \left[\left(\frac{B^i_{r,j+1} - B^i_{r,j}}{\Delta t} \right)^{1.5} + \left(\frac{B^i_{\Theta,j+1} - B^i_{\Theta,j}}{\Delta t} \right)^{1.5} \right]$$

$$P = P_{hys} + P_{cla} + P_{ex}$$

gdzie:
k_h – współczynnik strat histerezowych, zależny od parametrów materiału,
k_{el} – współczynnik zależny od eliptyczności hodografu,

$P(B_{\max i})$ – straty histerezy statycznej w i-tym regionie modelu,
N – liczba regionów modelu,
k_c – współczynnik strat klasycznych wiroprądowych, zależny od parametrów materiału,
B_r^i, B_Θ^i - składowe indukcji w i-tym elemencie: radialna i styczna,
E – liczba kroków czasowych,
k_e – współczynnik zależny od rodzaju materiału,
k_{ex}^* - współczynnik strat typu excess zależny od eliptyczności hodografu w danym regionie.

Literatura

[1] Overshott K. J., Preece I., Thompson J. E., *Basic experiments on the nature of the anomalous loss using an individual grain*, Proc. IEE, Vol. 115, No 12, 1968, pp. 1840 – 1845

[2] Overshott K. J., Thompson J. E., *Relationship of domain spacing, grain size, sheet thickness and power loss*, Proc. IEE, Vol. 117, No 4, 1970, pp. 865 – 868

[3] Boon C. R., Robey J. A., *Effect of domain wall motion on power loss in grain oriented silicon iron sheet*, Proc. IEE, Vol. 115, No 10, 1968, pp. 1535 – 1540

[4] Haller T. R., Kramer J. J., *Observation of dynamic size variation in a silicon iron alloy*, J. Appl. Phys., Vol. 41, No 3, 1970, pp. 1034 – 1037

[5] Maraner A., Beatrice C., Mazetti P., *Wall bowing and related skin effect in ferromagnetic amorphous ribbons*, , IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No 6, 1993, pp. 3493 – 3495

[6] Imamura M., Sasaki T., Yamaguchi T., *Domain wall eddy current loss in a stripe domain structure of SiFe crystals inclined slighly from the perfect (110) [001] orientation*, , IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 20, No 6, 1984, pp. 2120 – 2128

[7] Bishop J. E. L., *The analysis of eddy current limited magnetic domain wall motion, including severe bowing and merging*, J. Phys. D: Appl. Phys, Vol. 6, 1973, pp. 97 – 115

[8] Mohri K., Satoh Y., Fujimoto T., *Mechanism of dynamic domain size variation and iron losses in grain oriented SiFe cores,* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 12, No 6, 1976, pp. 849 – 951

[9] Houze G. L., *Domain wall motion in grain oriented silicon steel in cyclic magnetic fields*, J. Appl. Phys., Vol. 38, No 1, 1967, pp. 1089 – 1098

[10] Bertotti G., G*eneral properties of power losses in soft ferromagnetic materials*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, 1998, pp.621-630

[11] Bertotti G., *Space time correlation properties of the magnetization process and eddy current losses: Applications. Large wall spacing*, J. Appl. Phys., Vol. 55, 1984, pp. 4348 – 4355

[12] Philips D. A., Dupre L. R., Melkebeek J. A., *Comparision of Jiles and Preisach hysteresis models in magnetodynamics,* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, 1995, pp.3551 – 3553

[13] Fuchs E. F., Chang L. H., Appelbaum J., *Magnetizing current, iron losses and forces of three-phase induction machines at sinusoidal and nonsinusoidal terminal voltages*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 103, No 11, 1984, pp. 3303 – 3312

[14] Lavers J. D., Biringer P. P., *Prediction of core losses for hogh flux densiteis and distorted flux waveforms*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 12, No 6, 1976, pp. 1053 – 1055

[15] Namikawa M., Ninomiya H., Tanaka Y., Takada Y., *Magnetic properties of 6.5% silicon steel sheets under PWM voltage excitation*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 34, No 4, 1998, pp. 1183 – 1185

[16] Fiorillo F., Novikov A., *An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform*, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 26, pp. 2904–2910, Sept. 1990.

[17] Moses A J., Shirkoohi G H., *Importance of harmonic phase angle in prediction of iron loss under distorted magnetization*, Phys. Scripta, 39 No 4, 523-525, 1989

[18] Gmyrek Z., Boglietti A., Cavagnino A., *Estimation and Analysis of Iron Losses in Induction Motors under Sinusoidal and PWM Excitation*, Proceedings of ICEM 2008

[19] Nakata T. , Takahashi N., Fujiwara K. , Nakano M., Matsubara K., *Iron losses of silicon steel under square wave voltage excitation*, Phys. Scripta, 39 No 4, 645-647, 1989

[20] Moses, A.J., Shirkoohi, G.H., *Measurement of power loss in non-orientated electrical steels under distorted flux conditions*, Proceedings of SMM7 Conference, 1985.

[21] Smith, A.C.; Phipson, G., *Iron losses in cage induction motors*, Proceedings of 5 International Conference on Electrical Machines and Drives, 255-259, 1991

[22] Jiles D. C., Atherton D., L., *Theory of ferromagnetic hysteresis*, JMMM, Vol. 61, 1986, pp.48-60

[23] Jiles D., *Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.30, 1994, pp.4326 – 4328

[24] Jiles D. C., *Numerical determination of hysteresis parameters for the modelling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.28, 1992, pp.27 – 35

[25] Jiles D. C., Atherton D., L., *Ferromagnetic hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 19, 1983, pp.2183

[26] Jiles D. C., *A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, No. 5, 1992, pp.2602-2604

[27] Everett D. H., *A general approach to hysteresis IV. An alternative formulation of the domain model*, Trans. Faraday Soc., Vol. 51, 1955, pp.1551-1557

[28] Preisach F., *Uber die magnetische nachwrikung,* Zeitschrift fur Physik, Vol. B94, 1935, pp.277-302

[29] Fiorillo F., Rietto A.M., *Extended induction range analysis of rotational losses in soft magnetic materials*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 2, 1988, pp.1960-1962

[30] Bertotti G., Boglietti A., Chiampi M., Chiarabagli D., Fiorill F., Lazzari M., *An improved estimation of iron losses in rotating electrical machines*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, No. 6, 1991, pp.5007-5009

[31] Zhu, J. G., Ramsden, V. S., Two dimensional measurement of magnetic field and core loss using a square specimen tester, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, 1993, pp.2995-2997.

[32] Guo Y. G., Zhu J. G., Wu W., *Thermal analysis of SMC motors using a hybrid model with distributed heat sources*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, no. 6, 2005, pp. 2124–2128

[33] Findlay, R. D., Stranges, N., MacKay, D. K. (1994), *Losses due to rotational flux in three phase induction motors*, IEEE Transactions on Energy Conversion*,* Vol.9, 1994, pp.543-549

[34] Archenhold W. F., Sandham H. F., Thompson J. E., *Rotational hysteresis loss in grain-oriented silicon-iron*, Br. J. Appl. Phys., vol. 11, no. 1, pp. 46–49, Jan. 1960.

[35] Fiorillo F., *A phenomenological approach to rotational power losses in soft magnetic laminations*, in *Proc. 1st Int. Workshop Magnetic Properties Electr. Sheet Steel Under 2-D Excitation*, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Braunschweig, Germany, Sep. 16–17, 1991, pp. 11–24.

[36] Strattant R. D., Young F. J., *Iron losses in elliptically rotating fields*, J. Appl. Phys., vol. 33, no. 3, pp. 1285–1286, Mar. 1962

[37] Fiorillo F., Ragusa C., Appino C., *One-dimensional/two-dimensional loss measurements up to high inductions*, J. Appl. Phys., vol. 105, 2009

[38] Boglietti A., Z. Gmyrek, Cavagnino A., *Estimation of Iron Losses in Induction Motors: Calculation Method, Results, and Analysis*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 57, 2010, pp.161-171.

MATHEMATICAL MODELS AND METHODS USED IN IRON LOSS EVALUATION UNDER LONGITUDINAL AS WELL AS ROTATIONAL MAGNETISATION

Summary – The paper presents directions of mathematical model evolution, enabling on iron loss estimation in soft ferromagnetics, under longitudinal as well as rotational magnetization. Fundamental differences In mathematical notation was pointed out. These differences enable iron loss estimation under nonsinusoidal magnetic flux waveform.