

Zbigniew Gmyrek

Wyższa Szkoła Informatyki, Katedra Inżynierskich
Zastosowań Informatyki, 93-008 Łódź, ul Rzgowska 17a
email: gmyrek@wsinf.edu.pl

MODELOWANIE HISTEREZY MATERIAŁU MAGNETYCZNEGO ZA POMOCĄ MODELU PREISACH'A

Streszczenie – W pracy przedstawiono problemy modelowania pętli histerezy materiału magnetycznego, z wykorzystaniem jednego z najbardziej popularnych modeli, jakim jest model Preisach'a. Wskazano na różne postacie matematyczne tego modelu, w zależności od rodzaju analizy jaką chcemy przeprowadzić (analiza statyczna czy analiza dynamiczna) a także pokazano zmiany parametrów tego modelu w zależności od aktualnego punktu pracy (wymuszenia w określonym punkcie pracy). Praca dotyczy modelowania pętli histerezy w materiałach magnetycznie miękkich, posiadających strukturę krystaliczną.

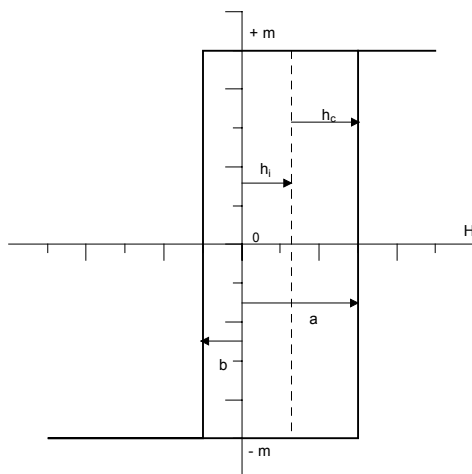
1 Wstęp

Klasyczny model Preisach'a dzieli materiał magnetyczny na niezależne cząstki zwane hysteronami. Hysterony scharakteryzowane są dwoma krytycznymi natężeniami pola magnetycznego, oznaczonymi jako a oraz b , które „przełączają” magnetyczny stan hysteronu – rys.1 Wraz ze zmianą zewnętrznego pola magnetycznego, hysteron zmienia swój stan magnetyczny wykonując skok Barkhausen'a. Odbywa się to po przekroczeniu krytycznych wartości pola magnetycznego. Rzeczywisty materiał magnetyczny można traktować jako zbiór hysteronów, których niejednakowe zachowanie tworzy tzw. historię magnetyczną materiału.

Ponieważ zachowanie hysteronów jest zależne od lokalnego natężenia pola magnetycznego, więc prowadzi to do niejednakowej „aktywności” hysteronów w procesie magnesowania ferromagnetyka. Tak więc chociaż pojedynczy hysteron posiada pętlę histerezy w kształcie prostokąta to wypadkowa pętla histerezy dla materiału magnetycznego posiada dobrze znany kształt, odbiegający od prostokąta.

2 Model matematyczny statycznej pętli histerezy

Fakt, że pętla nie jest symetryczna względem osi Y umożliwił autorowi modelu uwzględnienie wpływu sąsiednich cząstek poprzez zastosowanie określonego rozkładu gęstości charakteryzującego materiał ferromagnetyka. (rys. 1).



Rys. 1. Charakterystyka magnesowania elementarnej cząstki Preisach'a (a,b – wartości pola przełączającego, hc – wartość pola koercji, hi – wartość pola oddziaływania).

Rozkład ten dla nieskończenie małych cząstek staje się funkcją ciągłą zwaną funkcją gęstości Preisach'a. Dogodna forma tej funkcji została zaproponowana przez Everett'a wiele lat później i przyjęła postać

$$E(H_1, H_2) = \int_{H_1}^{H_2} da \int_{H_1}^a db p(a, b) \quad (1)$$

Jednocześnie określono związek pomiędzy funkcją Everett'a i funkcją gęstości Preisach'a w postaci

$$p(a, b) = \frac{\partial^2 E(a, b)}{\partial a \partial b} \quad (2)$$

Z pomocą tej funkcji można było stworzyć model w którym magnetyzacja ferromagnetyka zależy nie tylko od aktualnej wartości natężenia pola magnetycznego ale również od tzw. historii magnetycznej materiału. Dla rzeczywistych materiałów magnetycznych

funkcja gęstości Preisach'a jest otrzymywana na drodze pomiarowej, gdzie mierzy się zmiany magnetyzacji powodowane przez zmiany zewnętrznego pola magnetycznego. Według innych autorów funkcję gęstości można również aproksymować za pomocą rozkładu w którym pewne parametry muszą być określone na drodze eksperymentalnej

$$p(h_i, h_c) = \frac{M_s}{2\pi\sigma_c\sigma_i} \exp\left[-\frac{(h_c - h_c^1)^2}{2\sigma_c^2}\right] \exp\left[-\frac{h_i^2}{2\sigma_i^2}\right] \quad (3)$$

gdzie:

h_c^1 – średnia wartość natężenia koercji,

σ_c – szerokość rozkładu natężenia pola koercji,

σ_i – szerokość rozkładu pola oddziaływania pomiędzy domenami.

3 Model matematyczny dynamicznej pętli histerezy

Przeprowadzone badania pokazują jednak, że wyniki otrzymane z modelu ferromagnetyka opisanego tak jak uczyniono to w poprzednim punkcie, wykazują dobrą zgodność z pomiarem wtedy, gdy dotyczą statycznych warunków pracy. Podczas analizy zachowania w warunkach dynamicznych występują rozbieżności w przebiegu pętli histerezy. Tak więc zaproponowano aby w modelu uwzględnić występowania tzw. pola efektywnego. Powstaje więc dynamiczny model Preisach'a w którym o zachowaniu elementarnej cząstki Preisach'a decyduje wartość pola efektywnego gdzie zmiana magnetyzacji elementarnej cząstki Preisach'a była proporcjonalna do różnicy pomiędzy wartością pola efektywnego oraz pola przełączającego a lub b (a,b – wartości przełączające dla hysteronu).

Zaproponowano więc następujące dodatkowe zależności opisujące model

$$\begin{aligned} \frac{dM_d}{dt} &= k_d(H_e(t) - \alpha) \quad H_e(t) > \alpha \quad i \quad M_d < +1 \\ \frac{dM_d}{dt} &= k_d(H_e(t) - \beta) \quad H_e(t) < \beta \quad i \quad M_d > -1 \\ \frac{dM_d}{dt} &= 0 \quad \text{dla innych przypadków} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

M_d – magnetyzacja elementarnej cząstki Preisach'a,

k_d – współczynnik materiałowy wynikający z dynamiki poruszającej się ściany domenowej w środowisku przewodzącym prąd elektryczny.

Jak podaje Bertotti, występujący w równaniach współczynnik k_d jest związany ze strukturą materiału następującą zależnością [5]

$$k_d = \frac{N_0}{\sigma G S M_s} \quad (5)$$

gdzie:

σ - przewodność elektryczna materiału,

G – współczynnik równy 0.1357, wynikający z tłumienia ruchu ściany domenowej w środowisku przewodzącym prąd elektryczny,

S – pole przekroju badanej próbki,

N_0 – liczba „magnetycznych obiektów” biorących udział w procesie magnesowania, zależnych pośrednio od wielkości ziarna struktury,

M_s – magnetyzacja nasycenia.

4 Wyniki doboru parametrów modelu Preisach'a

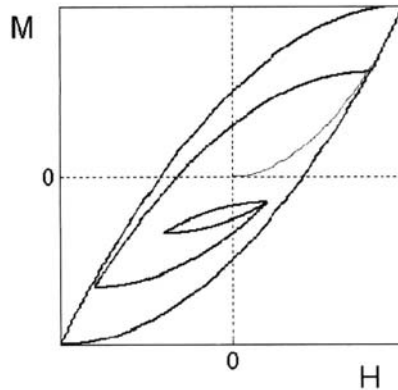
W literaturze można znaleźć także opisy modelu Preisach'a w których zakłada się, że całkowity efekt wzajemnej interakcji pomiędzy hysteronami może być różny. Modeluje się to przesuując funkcję Preisach'a. Możliwa jest także zmiana szerokości funkcji reprezentujące wzajemne oddziaływanie.

Wykorzystując opis klasycznego modelu Preisach'a, można opisać zmianę magnetyzacji, skutek narastania zewnętrznego pola magnetycznego od wartości H_i do wartości H_{i+1} dla $H_{i+1} > H_i$, za pomocą równania

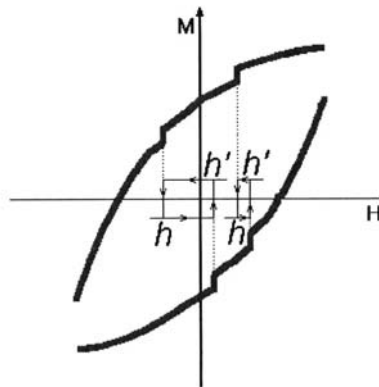
$$M(H_{i+1}) - M(H_i) = E(H_i, H_{i+1}) = \int_{H_i}^{H_{i+1}} da \int_{H_i}^a db p(a, b) \quad (6)$$

Realizacje przykładowych pętli histerezy, otrzymanych za pomocą opisanego modelu, przedstawiono na poniższych rysunkach. Należy pamiętać, że najłatwiejszym obszarem dla modelowania pętli histerezy ferromagnetyka jest tzw. obszar Reyleigh'a czyli obszar pracy w otoczeniu punktu $H=0$ i $B=0$. W obszarze tym pętla histerezy ma regularny kształt zbliżony do „łezki”. W innych obszarach pracy pętla histerezy swym kształtem znacznie odbiega od wspomnianej „łezki” i może nawet być pętlą asymetryczną względem określonego punktu pracy H_1, B_1 . Można takie pętle obserwować w przypadku

podmagnesowania pole stałym. Wtedy dla punktu pracy, określonego przez stałe pole podmagnesowujące, wymuszające dość dużą indukcję np. 1.5 T, pętla histerezy wynikająca z nałożenia na stałe pole składowej zmiennej pola, jest asymetryczna.



Rys. 2. Pętle histerezy otrzymywane ze statycznego modelu Preisach'a. Pętle otrzymywane w regionie Reyleigh'a.



Rys. 3. Fragment pętli histerezy. Skoki magnetyzacji wywołane zachowaniem pojedynczych hysteronów.

Materiały magnetyczne wykazują się anizotropią czyli zmianą własności magnetycznych w zależności od kąta pomiędzy tzw. osią łatwego magnesowania a aktualnym kierunkiem pomiarów lub analizy. Dlatego też zaproponowano tzw. wektorowy model Preisach'a, który uwzględni zmiany własności.

Klasyczny (skalarny model) można opisać w nieco innej, niż poprzednio prezentowana, formie [1]

$$h(x) = \int_{-xs}^{xs} \int_{\beta}^{xs} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}(x) d\alpha d\beta \quad (7)$$

gdzie:

$\mu(\alpha, \beta)$ – funkcja gęstości Preisach'a,

$\gamma_{\alpha\beta}$ - elementarny histerezowy operator przyjmujący wartości $\pm 1/2$.

W swoich pracach Mayergoyz [2] proponuje zastosować izotropowy wektorowy model Preisach'a, który jest superpozycją skalarnych modeli Preisach'a, określonych dla różnych kierunków w stosunku do kierunku łatwego magnesowania. Model taki jest opisany równaniem

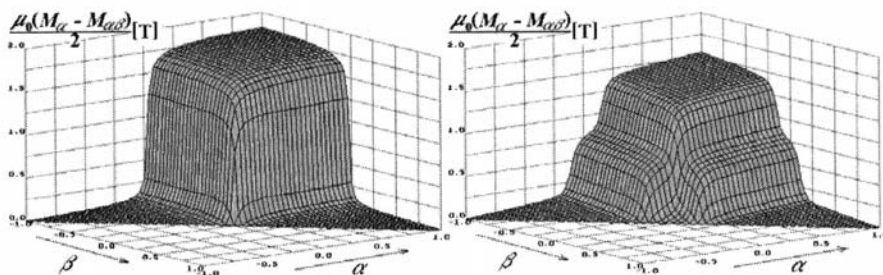
$$h(x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e_{\phi} h_2(e_{\phi} \cdot x) d\phi \quad (8)$$

gdzie:

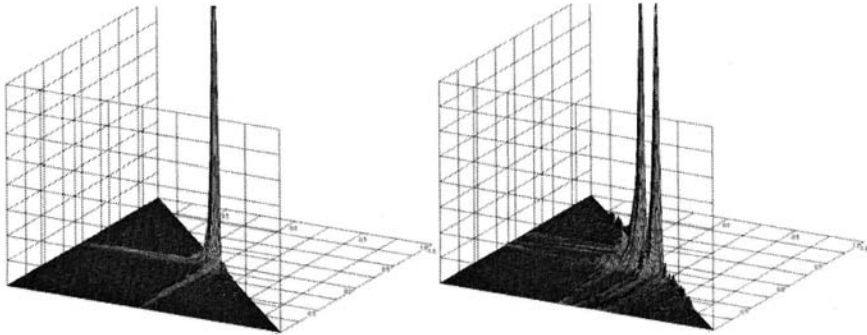
e_{ϕ} - wektor jednostkowy skierowany pod kątem ϕ ,

$h_2(x)$ – skalarna funkcja histerezy uzyskana ze skalarnego modelu Preisach'a.

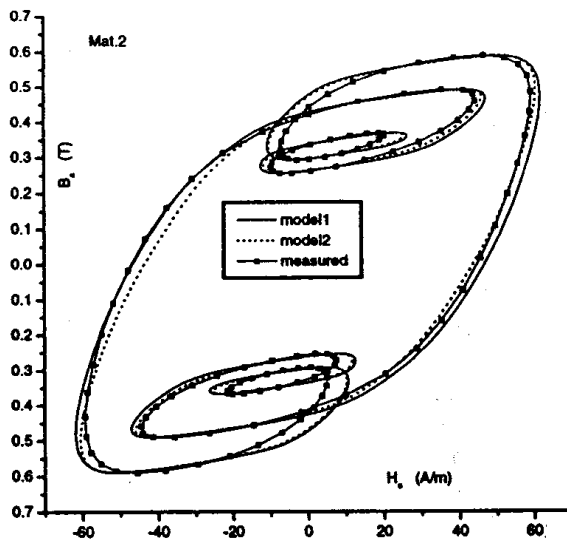
Wykonując symulację komputerową z wykorzystaniem wyników pochodzących z modelu Preisach'a, musimy posiadać wiedzę na temat przebiegu funkcji Everetta oraz funkcji gęstości Preisach'a. Przykładowe rozkłady możemy spotkać np. w pracy Fuzi'ego [3]



Rys. 4. Rozkład całki Everett'a dla materiału anizotropowego (po lewej stronie dla kierunku łatwego magnesowania, po prawej – dla kierunku prostopadłego do kierunku łatwego magnesowania).



Rys. 5. Rozkład funkcji gęstości Preisach'a dla materiału anizotropowego (po lewej stronie dla kierunku łatwego magnesowania, po prawej – dla kierunku prostopadłego do kierunku łatwego magnesowania).



Rys. 6. Dynamiczne pętle histerezy dla przypadku odkształconego strumienia magnetycznego [4].

Należy pamiętać, że wspomniane modele wykorzystują parametry wyznaczone w warunkach statycznych czyli takie które uzyskano na drodze nieskończenie wolnych zmian zachowania się ferromagnetyka. Niestety wewnętrzna struktura ferromagnetyka jest na tyle skomplikowana, że próba zastosowania statycznych modeli do analizy stanu pracy w którym występują szybkie zmiany wymuszenia, np.

podczas pracy w warunkach odkształconego strumienia magnetycznego, przynosi niezadowalające rezultaty – kształt zmierzonej pętli histerezy odbiega od kształtu pętli będącej wynikiem symulacji. Przyczyną jest oczywiście dynamika domen magnetycznych z których zbudowany jest ferromagnetyk. Różnica w przebiegu dynamicznej pętli histerezy skutkuje w różnej wartości pola powierzchni którą pętla obejmuje – powoduje różną wartość strat mocy których pole powierzchni jest miarą.

W takim przypadku proponowane są dynamiczne odmiany modelu Preisach'a. Wykorzystują one w swoim opisie natężenie pole efektywnego a nie zewnętrznego pola wymuszającego. Opis matematyczny modelu dla takiego przypadku może wyglądać następująco

$$\frac{dH_m}{dt} = a(H - H_m) - b \frac{dB}{dt} \quad (9)$$

$$b = b_1 + \left(\frac{M}{M_s} \right)^2 (b_2 - b_1)$$

gdzie:

H – aktualna wartość natężenia pola magnetycznego na powierzchni ferromagnetyka,

B – uśredniona na przekroju wartość indukcji magnetycznej,

a, b – stałe modelu.

5 Podsumowanie

Dobór parametrów modelu Preisach'a jest niezwykle istotną czynnością podczas modelowanie przebiegu pętli histerezy materiału ferromagnetycznego. Najczęściej parametry te uzyskuje się na drodze eksperymentalnej, podczas pracy w warunkach niezbyt odległych od warunków późniejszej symulacji. Jak pokazuje szereg przykładów znanych z literatury występuje jednak różnica w kształcie, zmierzonych i otrzymanych na drodze symulacji, pętli histerezy – zwłaszcza w przypadku występowania odkształconego strumienia magnetycznego. Istnieje więc potrzeba dalszych badań w tym zakresie.

Literatura

- [1] Okumura K., Kishima A., Digital simulation of hysteretic characteristics and its application, Tran. Institute of Electrical Engineers of Japan, vol.103-B, pp.451-458, 1983

- [2] Mayergoyz I. D., Mathematical models od hysteresis and their applications, Springer-Verlag, New York,2003
- [3] Fuzi J., Dynamic and vector Preisach models for engineering applications, Akademiai Kiado, 2005, pp. 51-64.
- [4] Dupre L. R., Bottauscio O., Chiampi M., Repetto M., Melkebeek J. A. A. – Modeling of electromagnetic phenomena in soft magnetic materials under unidirectional time periodic flux excitations, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No 5, 1999, pp.4171-4183
- [5] Bertotti G., Pasquale M. – Application of the Preisach and Jiles-Atherton models to the simulation of hysteresis in soft alloys, Journal of Applied Physics, Vol. 85, No. 8, 1999, pp.4373-4375

THE HYSTERESIS MODELLING OF MAGNETIC MATERIAL WITH HELP OF THE PREISACH MODEL

Summary – In paper problems of the hysteresis loop modelling of magnetic material were introduced. The utilization one of the most popular models, the Preisach model, was discussed. It was pointed that the model has different mathematical forms with respect to the kind of analysis (static analysis or dynamic analysis), as well as, changes of parameters of this model were shown in dependence on the current point of work (external enforcement in definite point of work). The paper concerns the modelling of the hysteresis loop of soft magnetic materials, possessing crystalline structure.