

**Bohdan Mandzij<sup>1,2</sup>, Andrij Bondarew<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Wyższa Szkoła Informatyki w Łodzi,  
Katedra Teleinformatyki,  
ul. Rzgowska 17a, Łódź

<sup>2</sup>Politechnika Lwowska, Instytut Telekomunikacji,  
Radioelektroniki i Techniki Elektronicznej  
ul. Profesorska 2, 79013, Lwów,  
email: bmandzij@polynet.lviv.ua, bondap@ukr.net

## **SYMULACJA KOMPUTEROWA UKŁADU SYNCHRONIZACJI FAZOWEJ W OBECNOŚCI SYGNAŁU PSK**

Streszczenie - W artykule niniejszym rozpatrzono model matematyczny USF, który uwzględnia bodźce losowe jak również deterministyczne, oraz podano sposób wyznaczania oceny jakości i granicznej odporności do zakłóceń odbioru sygnałów PSK.

### **1 Wstęp**

Układ synchronizacji fazowej (USF) jest nieodłączną częścią współczesnych odbiorników cyfrowych sygnałów radiowych decydującą nie tylko o jakości, jak również w ogóle o możliwości odbioru sygnału.

W przypadku odbioru sygnałów typu PSK (kluczowanie z przesuwem fazy) układ ten jest wykorzystywany na dwa sposoby: jako układ śledzenia za wartością chwilową fazy sygnału wejściowego z następną detekcją, lub jako detektor fazy (w przypadku niskiego poziomu szumu).

W artykule niniejszym rozpatrzemy pierwszy sposób wykorzystania USF. W tym przypadku parametry USF muszą zadowalać sprzeczne wymogi: dla zmniejszenia dynamicznego błędu pasmo przepustowe układu należy rozszerzać, natomiast dla zmniejszenia błędu statystycznego pasmo należy zwężać. Analiza USF w obecności szumu jest skomplikowana przez konieczność numerycznego rozwiązania równań różniczkowych cząstkowych lub przez uwzględnienie dużej liczby realizacji procesu losowego. Oprócz tego uwzględnienie bodźca deterministycznego, którym jest kluczowanie z przesuwem fazy, przewiduje wykorzystanie różnych metod matematycznych.

Dalej rozpatrzemy matematyczny model USF, który uwzględnia bodźce losowe jak również deterministyczne i umożliwia wyznaczenie

oceny jakości i granicznej odporności do zakłóceń odbioru sygnałów PSK.

## 2 Sformułowanie problemu

W przypadku działania sygnału PSK i addytywnego szerokopasmowego szumu na wejściu detektora fazowego nieoptymalizowanego USF z proporcjonalnie całkującym filtrem dolnoprzepustowym w pętli sprzężenia zwrotnego dynamika statystyczna układu jest opisywana następującymi równaniami [1, 2, 4]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{y}{\pi\beta} - \frac{m}{\pi\beta} \left[ \sin(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta}) + \frac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}} \right] + \\ &+ \frac{\sqrt{D_{\varphi 1}} n_1(\tau)}{\pi} - \frac{\sqrt{D_{\varphi 2}} n_2(\tau)}{\pi} \\ \frac{dy}{dt} &= \gamma - y - (1 - m) \left[ \sin(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta}) + \right. \\ &\left. + \frac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}} \right] - \beta \sqrt{2D_{\omega}} n_3(\tau) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie  $\gamma$  – znormalizowana początkowa rozbieżność częstotliwości sygnału i generatora strojonego;  $\gamma_M$  – znormalizowana częstotliwość kluczowania fazy;  $x, y$  – znormalizowane błędy synchronizacji fazy i częstotliwości odpowiednio;  $\beta$  – stosunek pasma przepustowego filtra dolnoprzepustowego (FDP) do pasma autonomicznego USF;  $m$  – parametr proporcjonalnie całkującego filtra;  $\rho$  – stosunek sygnał/szum w paśmie przepustowym FDP;  $\mu$  – indeks kluczowania fazowego;  $\tau$  – znormalizowany stosownie stałej czasowej FDP czas;  $n_i$  ( $i=0..3$ ) – wzajemnie niezależne deltakorelowane procesy losowe o jednostkowej intensywności;  $D_{\varphi 1}$  – dyspersja fazy generatora strojonego;  $D_{\varphi 2}$  – dyspersja fazy sygnału;  $D_{\omega}$  – dyspersja częstotliwości sygnału.

Równania (1) opisują dwuwymiarowy proces Markowa jednostajny w czasie i w przestrzeni zmiennych stanu. Lokalne charakterystyki tego procesu (współczynniki dryfu i dyfuzji) są funkcjami czasu. Najbardziej właściwą (choć przybliżoną) metodą badania dynamiki statystycznej podobnych procesów jest analiza kumulantna [3], która umożliwia otrzymanie wyników w postaci wzorów analitycznych opisujących ewolucje charakterystyk statystycznych. Gdy ograniczymy się dwuwymiarowym gaussowskim przybliżeniem rozkładu gęstości prawdopodobieństwa fazowego i częstotliwościowego błędów i uwzględnimy ciągłość losowego procesu, wtedy otrzymujemy według metody opisanej w pracy [3] równanie ewolucji pierwszych pięciu

kumulantów (charakterystyk statystycznych) losowego procesu Markowa:

$$\begin{aligned}
 \frac{dm_x}{d\tau} &= \frac{1}{\pi\beta} [m_y - mE \sin(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta})]; \\
 \frac{dm_y}{d\tau} &= \gamma - m_y - (1 - m)E \sin(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta}); \\
 \frac{dD_x}{d\tau} &= \frac{2}{\pi\beta} [\chi_{11} - m\pi E D_x \cos(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta})] + \\
 &+ \frac{m^2}{\rho(\pi\beta)^2} + \frac{D_{\phi 1} + D_{\phi 2}}{\pi^2}; \\
 \frac{dD_y}{d\tau} &= -2D_y - 2(1 - m)\pi E \chi_{11} \cos(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta}) + \\
 &+ \frac{(1 - m)^2}{\rho} + 2\beta^2 D_{\omega}; \\
 \frac{d\chi_{11}}{d\tau} &= \frac{D_y}{\pi\beta} - \chi_{11} - [\frac{m\chi_{11}}{\pi\beta} + (1 - m)D_x] \pi E \cos(\pi x + \mu \operatorname{sign} \sin \frac{\gamma_M \tau}{\beta}) + \\
 &+ \frac{m(1 - m)}{\rho\pi\beta}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

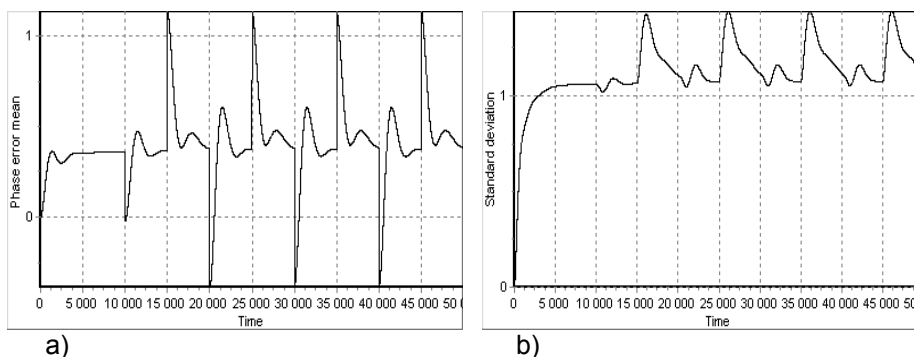
Tutaj  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $D_x$ ,  $D_y$  – wartości średnie i dyspersje fazowego i częstotliwościowego odpowiednio błędów. Kumulant rzędu drugiego  $\chi_{11}$  charakteryzuje korelację fazy i częstotliwości,  $E = \exp(-\pi^2 D_x / 2)$ . Przestrzeń parametrów systemu (2) jest ośmiowymiarowa:  $\Lambda = (\gamma, \beta, m, \gamma_M, \mu, \rho, D_{\phi}, D_{\omega})$ . Sześciowymiarowa przestrzeń fazowa  $G = [m_x \bmod 2, m_y, D_x, D_y, \chi_{11}, \tau \bmod 2\pi\beta/\gamma_M]$  ma postać o kształcie toroidu.

Zatem badanie dynamiki statystycznej USF rzędu drugiego w przypadku działania szumu i sygnału PSK sprowadza się do analizy trajektorii fazowych systemu pięciowymiarowego, opisanego za pomocą systemu pięciu zwyczajnych nieautonomicznych równań różniczkowych.

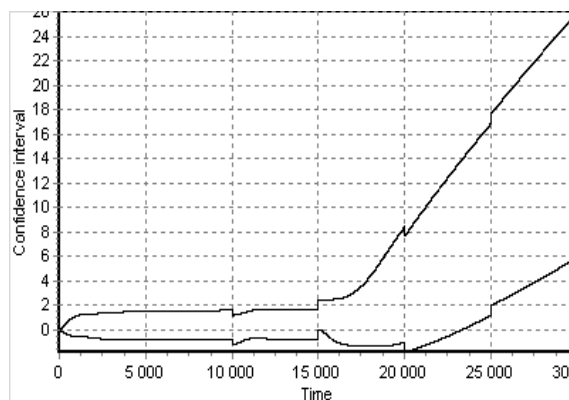
### 3 Symulacja numeryczna

W celu przeprowadzenia badań otrzymanego systemu równań opracowano odpowiednie oprogramowanie komputerowe wg systemu Delphi. Program ten umożliwi dowolne zadanie wartości parametrów i warunków początkowych, przeprowadza całkowanie równań (2) metodą Simpsona, pozwala obliczać i spoznaczać procesy przejściowe oraz ustalone procesy okresowe.

W zależności od wartości parametrów systemu i warunków początkowych możliwe jest ustalenie okresowych rozwiązań różnych typów. Wyniki numerycznego całkowania równań systemu (2) podane są na rys 1 i 2.



Rys. 1. Wartość średnia (a) i odchylenie standardowe (b) błędu fazowego.



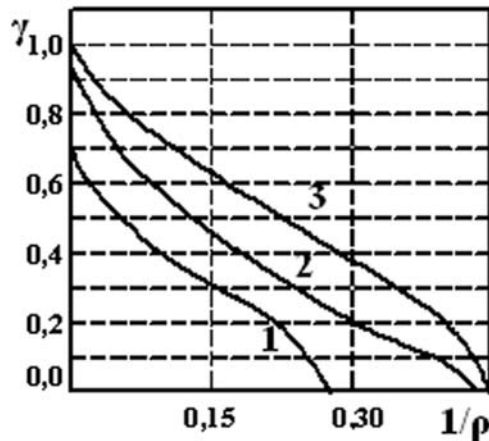
Rys. 2. Przedział zaufania błędu fazowego

Cechą osobliwą procesów przejściowych jest charakter oscylacyjny. Szczytowe odchylenia wartości średniej błędu fazowego (błąd dynamiczny) i odchylenia standardowego (błąd statystyczny) są spostrzegane bezpośrednio po kluczowaniu fazy. Gdy sumaryczne dynamiczne i statyczne błędy przekraczają roboczy zakres detektora fazowego wtedy odbywa się zerwanie synchronizacji (rys. 2). Z tego wynika, że czas trwania przesylu bitu okazuje wpływ jedynie na dokładność synchronizacji i nie wpływa na warunki zerwania synchronizacji.

Istotne zmniejszenie złożoności obliczeń umożliwiło przeprowadzenie analizy dynamiki USF dla wszystkich możliwych wartości parametrów

układu i szumu w zakresie  $\gamma \in [0;1]$  z krokiem 0,1 oraz  $1/\rho \in [0; 1,6]$  z krokiem 0,02. Przy wartości  $\gamma > 1$  synchronizacja jest niemożliwa nawet przy nieobecności szumu, a przy wartości  $1/\rho > 1,5$  rozwiązanie równań (2) staje się niestabilne niezależnie od wartości parametra  $\gamma$ .

Na rys. 3 podano wyniki obliczeń bifurkacyjnych wartości rozbieżności  $\gamma$  pomiędzy własną częstotliwością generatora strojonego i częstotliwością nośną sygnału w zależności od intensywności  $1/\rho$  szumu dla różnych wartości indeksu kluczowania fazy. W pracach [1, 2] zależność ta jest określona jako „szumowe pasmo utrzymania”. Wartości innych parametrów przyjęto jako następujące stałe:  $\beta=0.25$ ,  $m=0$ ,  $D_\varphi=D_\omega=0$ .



Rys. 3. Maksymalnie dopuszczalne odchylenia częstotliwości nośnej dla różnych wartości indeksu kluczowania: 1)  $\mu=\pi/2$ ; 2)  $\mu=\pi/4$ ; 3)  $\mu=0$ .

Cechą osobliwą „szumowego pasma utrzymania” jest jego monotonne zwężenie ze zwiększeniem poziomu szumu  $1/\rho$  jak również ze zwiększeniem indeksu kluczowania fazy  $\mu$ . Stosunkowo duża stromość bifurkacyjnych krzywych dla małych wartości  $1/\rho$  wskazuje na to, że nawet niewielkie szумы mogą istotnie zmniejszyć stabilność odbioru sygnału PSK.

#### 4 Wnioski

Rozpatrzony symulacyjny model USF i wyniki jego analizy umożliwiają przeprowadzenie ilościowej oceny wpływu deterministycznych i losowych zakłóceń na możliwość synchronizacji USF drugiego rzędu przy odbiorze sygnału PSK. Stosowanie równań opisujących ewolucję kumulantów zamiast równań stochastycznych, umożliwiła zmniejszenie o dwa rzędy objętości obliczeń w porównaniu z

rozwiązaniem równań Fockera-Plancka oraz ułatwia przeprowadzenie analizy USF dla dużej liczby wartości parametrów układu i zakłóceń.

### **Literatura**

- [1] Бондарев А.П., Мандзій Б.А. Аналіз граничної завадостійкості системи фазової синхронізації. Теоретична електротехніка. № 54. 1998. с.14-17
- [2] Bondarev A. Sync Devices Noise-Immunity Analysis Theoretical Basis. Proceeding of the International Conference TCSET'2004. p.27-34.
- [3] Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. - М.: Сов.радио, 1978. - 193 с.
- [4] Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.:Сов.радио. -1977. - 488 с.

## **COMPUTER SIMULATION OF PHASE SYNCHRONIZER WITH PSK SIGNAL**

Summary – In the paper USF mathematical model was considered. The model allow for consideration of stochastic and deterministic factors. Furthermore, in the paper the approach to assessment of quality and boundary resistance of noises of PSK signal reception.