Jan Turant
Politechnika Łódzka
Katedra Mechaniki i Informatyki Technicznej,
Wyższa Szkoła Informatyki i Umiejętności w Łodzi
Katedra Inżynierskich Zastosowań Informatyki
email: jan.turant@p.lodz.pl

RÓWNOLEGŁY EWOLUCYJNY ALGORYTM OPTYMALIZACYJNY Z GRADIENTOWĄ POPRAWĄ OSOBNIKÓW

Streszczenie – W pracy zaproponowano hybrydowy algorytm optymalizacyjny zbudowany z równoległego połączenia typowego zmiennoprzecinkowego algorytmu ewolucyjnego z gradientową poprawą grupy najlepszych osobników. Obliczenia przeprowadzono dla testowej funkcji celu dla przypadków różniących się liczbą lokalnie najlepszych rozwiązań, a następnie porównano wydajność i stabilność algorytmu dla różnych ilości osobników poddanych procesowi gradientowej poprawy.

Słowa kluczowe: algorytmy hybrydowe, algorytmy ewolucyjne

1 Wstęp

Olbrzymie potrzeby efektywnego rozwiązywania różnorakich zadań optymalizacyjnych doprowadziły do rozwoju metod obliczeniowych dedykowanych rozwiązywaniu tych problemów. Na szczególną uwagę zasługują tutaj metody bazujące na zjawiskach i mechanizmach obserwowanych w przyrodzie [1,2,10], które często są odpowiedzią na brak ścisłych, matematycznie udokumentowanych algorytmów mogących sprostać aktualnym potrzebom obliczeniowym. Potrzeba poszukiwania wydajnych algorytmów optymalizacyjnych prowadzi często do powstawania hybrydowych algorytmów, które mają wykorzystywać zalety łączonych technik poszukiwania rozwiązań najlepszych [4,8,9]. Bardzo duże znaczenie w różnorakich technikach optymalizacyjnych odgrywają algorytmy bazujące na procesie ewolucyjnym żywych organizmów, co ma wyraz w wielkiej liczbie publikacji poświęconych tym metodom, np. [3,5,6,7]. Rozwój tak różnorakich metod optymalizacyjnych spowodowany jest wielką różnorodnością problemów optymalizacyjnych spotykanych w różnych dziedzinach działalności człowieka.

Wybór odpowiedniej strategii optymalizacyjnej ma silny wpływ na szybkość i jakość rozwiązania. Strategia taka musi być uwarunkowana specyfiką zadania optymalizacyjnego, czyli jego fizycznością i rodzajem funkcji celu. W zależności od badanego problemu funkcja celu może mieć charakter jedno- lub wielomodalny, co w znaczący sposób wpływa na wybór metody optymalizacyjnej. W przypadkach zadań, dla których spodziewamy się wielu ekstremów lokalnych, a nie zadawalamy się znalezieniem jednego z nich dążąc do określenia globalnie najlepszego rozwiązania, stosowane są metody ewolucyjne. Metody te mają charakter stochastyczny i eksplorują całą przestrzeń przeszukiwań dając duże szanse na znalezienie globalnego optimum. Metody tego typu charakteryzują się dużą pracochłonnością przekładającą się na konieczność wykonania wielu analiz symulowanego zjawiska. Zakładając, że w inżynierskich zadaniach optymalizacyjnych analizy wykonywane są często metodą elementów skończonych otrzymujemy, dla złożonych procesów, długie czasy pojedynczej analizy i konsekwentnie bardzo długi czas rozwiązania problemu optymalizacyjnego.

Jedną z możliwości przyspieszenia takiego ewolucyjnego algorytmu jest tworzenie hybrydowych strategii optymalizacyjnych, w których wykorzystuje się inne metody optymalizacyjne. Jeśli jesteśmy w stanie w zadawalający sposób określić wrażliwość procesu na zmiany zmiennych decyzyjnych to takimi deterministycznymi metodami powinny być metody gradientowe, które są najskuteczniejszymi technikami lokalnej optymalizacji. W takich przypadkach zazwyczaj wystarczają nam wrażliwości pierwszego rzędu, które pozwalają na wykorzystanie najefektywniejszych w tej grupie metod quasi-Newtonowskich.

W zależności od spodziewanej ilości lokalnie najlepszych rozwiązań problemu można wykorzystywać hybrydowe algorytmy równoległe lub szeregowe. Na nazwę równoległy lub szeregowy algorytm hybrydowy wpływa kolejność stosowania odpowiednich algorytmów, a nie np. zrównoleglenie obliczeń na wielu jednostkach obliczeniowych, co nie jest w tej pracy rozpatrywane. Hybrydowe algorytmy równoległe wykorzystują metody lokalnego poszukiwania dla każdego pokolenia ewolucyjnego algorytmu poprawiając osobniki aktualnego pokolenia. Szeregowe, zaś, przełączają algorytm ewolucyjny na wybraną metodę deterministyczną po zaistnieniu określonych warunków i dalej poszukują rozwiązania już tylko wybraną metodą deterministyczną.

Jeśli takie hybrydowe strategie mają być szybciej zbieżne od algorytmów ewolucyjnych to w przypadku metod szeregowych przełączenie metod nie powinno być nazbyt odwlekane w czasie, a z drugiej strony wcześniejsza zmiana algorytmu na lokalny może powodować zbieżność do lokalnie najlepszych rozwiązań. W efekcie metody tego typu mogą być z powodzeniem stosowane do problemów o nie nazbyt dużej liczbie ekstremów lokalnych. Równoległe algorytmy hybrydowe pozbawione są konieczności całkowitej zmiany procesu stochastycznego na deterministyczny, kontynuując do końca poszukiwania rozwiązania optymalnego zgodnie z zasadami ewolucji co zwiększa szanse znalezienia globalnie najlepszego rozwiązani dla funkcji celu z dużą liczbą punktów stacjonarnych.

2 Równoległy algorytm hybrydowy

Jako podstawę tego algorytmu wybrano zmiennoprzecinkowy algorytm ewolucyjny, w którym po analizach numerycznych zaimplementowano reprodukcję turniejową z powtórzeniami (porzucając wcześniej wybraną reprodukcję ruletkową z wyborem deterministycznym) ograniczając się do grup turniejowych o liczności dwa. W algorytmie zrealizowano niejednorodne krzyżowanie heurystyczne i niejednorodną mutację gaussowską zamykając cykl obliczeń, związanych z jedną iteracją, sukcesją elitarną. W przypadku gdyby w wyniku mutacji lub krzyżowania otrzymano osobnika spoza obszaru dopuszczalnego operacje te są powtarzane zadaną liczbę razy albo do znalezienia osobnika dopuszczalnego. Jeśli w wyniku przeprowadzenia maksymalnej ilości powtórzeń mutacji lub krzyżowania nie udało się znaleźć osobnika z dziedziny problemu to oryginalne osobniki poddawane operacjom genetycznym przechodzą dalej.

Hybrydyzacja algorytmu polega tutaj na wprowadzeniu gradientowego sposobu poprawy określonej części najlepszych osobników w każdej populacji. Proces poprawy został zrealizowany przy wykorzystaniu metody najszybszego spadku gdzie w trakcie minimalizacji kierunkowej wykonuje się jedną iterację metodę interpolacji kwadratowej. Jak można zauważyć celem lokalnej optymalizacji związanej z poprawą wybranych osobników nie jest za każdym razem osiągnięcie lokalnie najlepszych rozwiązań, a tylko w miarę możliwości efektywna, a mało pracochłonna poprawa rozwiązań związanych z wybranymi osobnikami. Problem pełnych minimalizacji lokalnych może i będzie rozpatrzony w kolejnym opracowaniu, co da pełniejszy obraz możliwości przyspieszenia procesu ewolucyjnego związanego z jego hybrydyzacją. Jako warunek stopu zastosowano kryterium braku poprawy najlepszego osobnika przez zadaną liczbę populacji. Algorytm metody został przedstawiony na rysunku 1.

Gradientowa poprawa osobników populacji

Na etapie poprawy wybranych osobników danej populacji najistotniejszym elementem jest wybór techniki poprawy. Do technik wykonania etapu poprawy może być wykorzystana dowolna technika deterministyczna w tym oczywiście technika bezgradientowa. Biorąc jednak pod uwagę, że hybrydyzacja algorytmu ewolucyjnego wykonywana jest w dużej mierze ze względu na chęć przyspieszenia obliczeń optymalizacyjnych, nie tracąc jednocześnie walorów poszukiwań ewolucyjnych, należy wybrać najszybciej zbieżne metody lokalnej optymalizacji.

Rys. 1. Schemat hybrydowego algorytmu optymalizacyjnego

Do tych metod niewątpliwie należą metody gradientowe poczynając od metody najszybszego spadku przez metody Quasi Newtona i Newtona. Wszystkie te metody wymagają od użytkownika dostarczenia gradientu funkcji celu a nawet hesjanu (metoda Newtona). W naszym przypadku ograniczymy się do metod, których algorytmy wykorzystują jedynie gradient, który można stosunkowa łatwo i precyzyjnie obliczyć korzystając z metod analizy wrażliwości. Ograniczając tak nasze rozważania i tak pozostaje olbrzymi wybór technik przeprowadzenia etapu poprawy osobników populacji. Rozważmy jako elementarne możliwości dwie strategie realizacji etapu poprawy. Pierwsza niech będzie oparta na maksymalnie prostych, aczkolwiek efektywnych, metodach: jedna iteracja metody interpolacji kwadratowej w kierunku gradientu. Druga na wybranej metodzie Quasi Newtona. Pierwsza metoda charakteryzuje się małym wydatkiem obliczeniowym i związana jest jedynie z poprawą osobnika bez konieczności osiągnięcia lokalnie najlepszego rozwiązania, druga zaś jest dosyć złożona obliczeniowo, ale prowadzi do znalezienia, z zadaną dokładnością, lokalnie najlepszego rozwiązania.

W opracowaniu tym zostanie w szczegółach przedstawiona pierwsza z metod, której celem jest możliwie duża poprawa funkcji celu przy wykorzystaniu relatywnie małych nakładów obliczeniowych. Założono, że w etapie poprawy zostanie wykonana tylko jedna niepełna minimalizacja kierunkowa metodą interpolacji kwadratowej w kierunku gradientu. Do obliczenia kierunku przeszukiwań będą musiały być obliczone wszystkie pochodne funkcji celu względem parametrów projektowania, a do wykonania jednej iteracji interpolacji kwadratowej będzie potrzebna dodatkowo jedna wartość funkcji celu na zdefiniowanym wcześniej kierunku oraz w obliczonym minimum paraboli (o ile oczywiście takie będzie istnieć). Co za tym idzie współczynniki paraboli będą wyznaczane w oparciu o informacje w dwóch punktach: w pierwszym (x_k), z którego proces poprawy rozpoczynamy (mamy tu do dyspozycji wcześniej naliczony gradient i wartość funkcji celu) oraz drugim (x_k+1) odległym wzdłuż kierunku poprawy o zadany krok h, w którym musimy policzyć jedynie wartość funkcji celu. Współczynniki paraboli $y=ax^2+bx+c$, przy tak zdefiniowanych danych mają postać:

$$\begin{aligned} b &= \left\|\nabla f\left(x_k\right)\right\| \\ c &= f\left(x_k\right) \\ a &= \left(f\left(x_{k+1}\right) - bh - c\right)/h^2 \end{aligned} \tag{1}$$

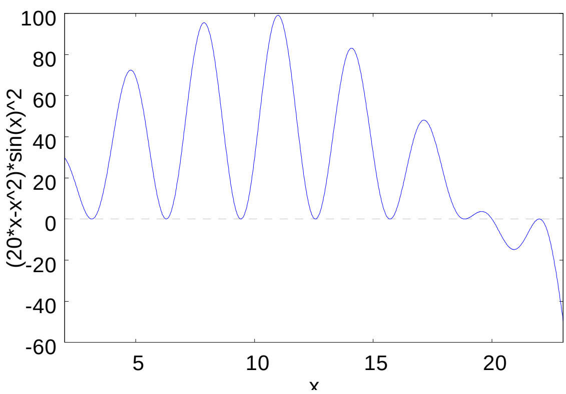
gdzie $x_{k+1} = x_k - h\nabla f(x_k)$. Zaproponowany schemat obliczenia współczynników paraboli odbiega od standardowego (informacje o wartościach funkcji w trzech punktach) gdyż stara się w pełni wykorzystać informacje, które są już znane (gradient funkcji). Tak przeprowadzany dobór współczynników paraboli jest szybszy od standardowego. Niewątpliwie najbardziej kłopotliwym, w zaproponowanym schemacie, jest właściwy dobór odpowiedniego kroku h. Trzeba zauważyć, że wraz ze zbliżaniem się do rozwiązania osobniki populacji wymagają mniejszej poprawy niż na początku działania procesu ewolucyjnego, co sugeruje zmniejszanie się kroku h wraz z kolejnymi pokoleniami.

3 Testy numeryczne

Na etapie testów zaproponowanego schematu hybrydowego wykorzystano wielomodalną funkcję celu o postaci:

$$f(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^{n} x_i (x_i - 20) \sin^2(x_i) \tag{2}$$

gdzie *n* jest liczbą zmiennych. Wykres tej funkcji (dla *n*=1) przedstawiono na rysunku 2. Zaprezentowany tutaj przedział zmienności zmiennej niezależnej odpowiada przedziałowi zmian badanemu dalej w testach numerycznych. W tym przypadku poszukiwano globalnego maksimum funkcji celu.



Rys. 2. Wykres testowej funkcji celu dla *n*=1

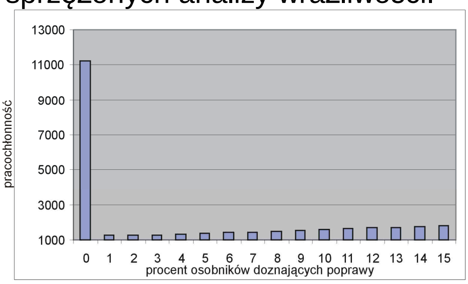
Obliczenia zostały przeprowadzone dla *n*=2 dla różnych przedziałów określoności zmiennych niezależnych, tak aby testowane problemy miały różną liczbę maksimów lokalnych. Rozpatrzono cztery przedziały zmienności:

1. $x_i \in <12, 15>$ - 1 maksimum
2. $x_i \in <13, 18>$ - 8 maksimów
3. $x_i \in <7, 18>$ - 64 maksima
4. $x_i \in <4, 23>$ - 343 maksima

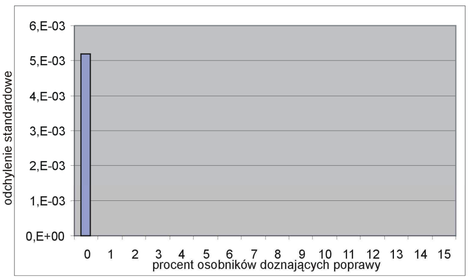
Odchylenie standardowe dla mutacji gaussowskiej założono równe 1/6 aktualnego przedziału zmienności x_i zaś mnożnik mutacji (zmniejszający wraz z kolejnym pokoleniem odchylenie standardowe) ustalono na 0.98. Początkowa wielkość maksymalnej ekstrapolacji krzyżowania heurystycznego była równa odległości miedzy osobnikami rodzicielskimi i zmniejszała się w każdym pokoleniu 0.99 razy. Krok *h*, doboru kolejnego punktu interpolacyjnego metody interpolacji kwadratowej, ustalono na poziomie odchylenia standardowego mutacji. Pozostałe parametry procesu ustalono w następujący sposób: liczność populacji 100, prawdopodobieństwo krzyżowania 1, prawdopodobieństwo mutacji 0.25, liczba badanych populacji na warunek stopu 10, liczba powtórzeń krzyżowania i mutacji, gdyby doprowadzały do powstawania rozwiązań niedopuszczalnych, była równa 20.

Obliczenia przeprowadzono zakładając różny procent (od 0-15%) poprawianych osobników w populacji. Wielkość 0 odpowiada oczywiście czystemu algorytmowi ewolucyjnemu.

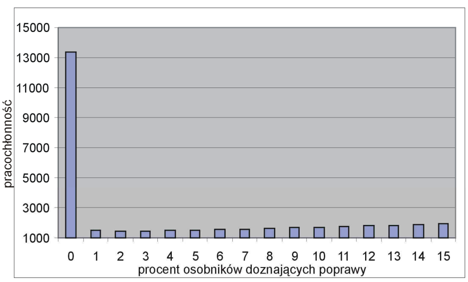
Dla każdej z wartości wykonano 1000 prób licząc z nich średnie ilości wywołań funkcji celu i jej gradientu, co miało być miarą pracochłonności procesu. Dodatkowo obliczano odchylenie standardowe otrzymanych wartości funkcji celu w optimum. Wyniki przeprowadzonych testów pokazano na rysunkach od 3 do 10. Jako miarę pracochłonności przyjęto tutaj średnią liczbę wywołań funkcji celu powiększoną o podwojoną wartość średniej liczby wywołań gradientu. Przedstawione założenie jest w przybliżeniu słuszne dla rzeczywistych inżynierskich problemów, w których gradienty funkcji celu obliczane są metodą układów sprzężonych analizy wrażliwości.



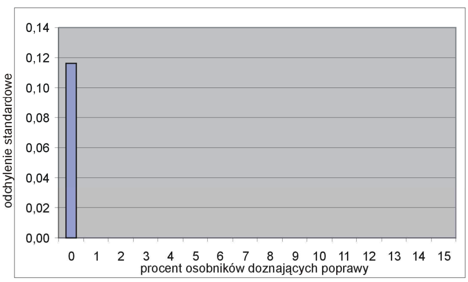
Rys. 3. Pracochłonność obliczeniowa dla przypadku 1 maksimum lokalne



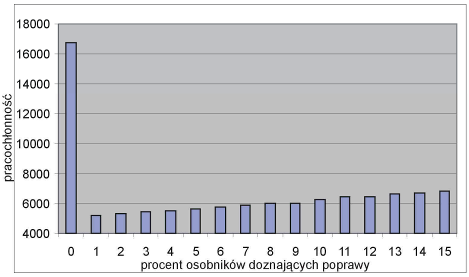
Rys. 4. Odchylenie standardowe dla przypadku 1 maksimum lokalne



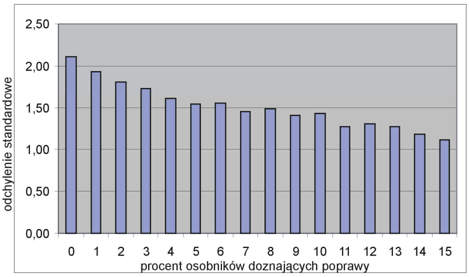
Rys. 5. Pracochłonność obliczeniowa dla przypadku 8 maksimów lokalnych



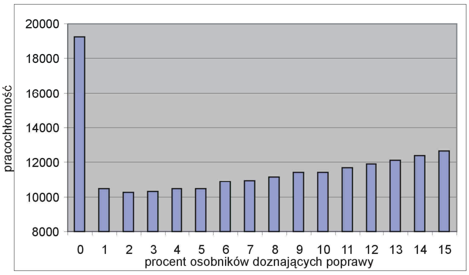
Rys. 6. Odchylenie standardowe dla przypadku 8 maksimów lokalnych



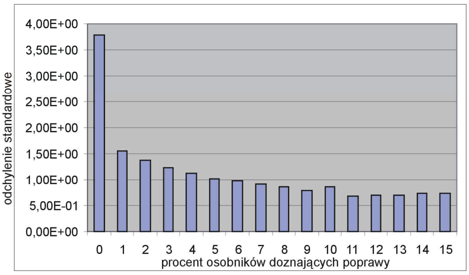
Rys. 7. Pracochłonność obliczeniowa dla przypadku 64 maksima lokalne



Rys. 8. Odchylenie standardowe dla przypadku 64 maksima lokalne



Rys. 9. Pracochłonność obliczeniowa dla przypadku 343 maksima lokalne



Rys. 10. Odchylenie standardowe dla przypadku 343 maksima lokalne

4 Podsumowanie

Na podstawie zaprezentowanych wyników można stwierdzić, że pracochłonność hybrydowego procesu optymalizacyjnego maleje od około 10 do 2 razy w stosunku do algorytmu ewolucyjnego będącego podstawą testowanego schematu. Wraz ze wzrostem liczby maksimów lokalnych zysk ze stosowania procesu poprawy wybranych osobników maleje. Stabilność procesu, mierzona odchyleniem standardowym, we wszystkich badanych przypadkach jest lepsza dla algorytmów hybrydowych a dla przypadków z małą ilością lokalnych maksimów proces jest całkowicie stabilny (odchylenie standardowe równe zero). Najlepsze wyniki ze względu na pracochłonność otrzymano dla 1-3 % populacji poddanej zaproponowanemu schematowi poprawy.

W dalszej kolejności powinny być wykonane testy pokazujące wpływ doboru kroku *h* interpolacji kwadratowej na szybkość badanego procesu hybrydowego jak również wpływ jakości obliczeń gradientu, co ma duże znaczenie dla wyboru metody analizy wrażliwości w praktycznych, inżynierskich zastosowaniach zaproponowanej metody.

5 Literatura

[1] Altun A. A., *A combination of genetic algorithm, particle swarm optimization and neural network for palmprint recognition*. Neural Computing and Applications, 22(1), 2013, pp. 27–33

[2] Beluch W., *Evolutionary Identification and Optimization of Composite Structures*. Mechanics of Advanced Materials and Structures, vol. 14 no. 8, 2007, pp. 677-686

[3] Deb K., Padhye N., *Enhancing performance of particle swarm optimization through an algorithmic link with genetic algorithms*. Computational Optimization and Applications, 57(3), 2013, pp.761–794

[4] Deng W., Chen R., Gao J., Song Y., Xu J., *A novel parallel hybrid intelligence optimization algorithm for a function approximation problem*, Computers and Mathematics with Applications 63 (1), 2012, p. 325–336

[5] Dhadwal M. K., Jung S. N., Kim C. J., *Advanced particle swarm assisted genetic algorithm for constrained optimization problems*. Computational Optimization and Applications, 58(3), 2014, pp. 781–806

[6] Mahmoodabadi M. J., Safaie A. A., Bagheri, A., & Nariman-zadeh, N., *A novel combination of particle swarm optimization and genetic algorithm for pareto optimal design of a five-degree of freedom vehicle vibration model*. Applied Soft Computing, 13(5), 2013, pp. 2577–2591

[7] Mrozek A., Kuś W., Burczyński T., *Nano level optimization of graphene allotropes by means of a hybrid parallel evolutionary algorithm*, Computational Materials Science, Vol.106, 2015, pp. 161–169

[8] Orantek P., *Hybrid evolutionary algorithms in optimization of structures under dynamical loads*, IUTAM Symposium on Evolutionary Methods in Mechanics, Solid Mechanics and Its Applications, vol. 117, Kluwer, pp. 297-308,2004.

[9] Valdez F., Melin P., Castillo O., *An improved evolutionary method with fuzzy logic for combining particle swarm optimization and genetic algorithm*. Applied Soft Computing, 11 (2), 2011, pp. 2625–2632.

[10] Zainudin Z., Irving V. P., *A Hybrid Optimization Algorithm Based on Genetic Algorithm and Ant Colony Optimization*, IJAIA vol 4, no 5, 2013, pp. 63-75

PARALLEL EVOLUTIONARY OPTIMIZATION ALGORITHM WITH GRADIENT INDIVIDUAL'S IMPROVEMENT

Summary: In the paper the hybrid optimization algorithm was proposed. The algorithm was build with typical floating-point evolutionary algorithm joined with gradient improvement of a group of the best individuals. The calculations were carried out for a test goal function for cases of different number of locally best solutions and next effectiveness and stability of proposed algorithm were compared for different number of improved individuals.

Keywords: hybrid algorithms, evolutionary algorithms